I.U.F.M. de l’Académie de Montpellier, Site de Nîmes LARUE Valérie

Adapter sa préparation à ses élèves

Mémoire Professionnel de Professeur de MATHEMATIQUES

Classe de sixième 1, collège Louise Michel à Ganges (34190)

Stage en responsabilité encadré par Jean Versac

Tuteur du mémoire : Jean Versac

Date de soutenance : 18 Avril 2007

Assesseur : Richard Marguerit

Année universitaire : 2006-2007

Résumés

Ce travail part du besoin de donner des tâches adaptées aux élèves, d'anticiper leurs questions et d'avoir une explication qu'ils comprennent. L'objectif est de compléter la préparation des séances par une recherche sur les représentations du savoir qu'ont les élèves en sixième. Cela amène à comprendre l'ordre choisi pour enseigner ce savoir et les obstacles que cet ordre induit sur les élèves.

This work comes from the need to give adapted exercices, to anticipate questions of pupils and to have an explanation which is understandable. The aim is to complete the preparation with a research about the representation of pupils' knowledge. Then, it's necessary to understand the order choosed to teach this knowledge and the obstacles that choices induce on pupils.

Mots clés : Obstacles, Conceptions erronées, adapter sa préparation à l'élève, nombre, sixième

Tables des matières

Introduction

Ce sujet part d'un double constat : en classe et pendant ma préparation de situation d'apprentissage.

En classe, j'ai été confrontée au problème que rencontre bon nombre de stagiaire : le manque d'expérience. En effet, quand on ne connaît pas un niveau d'élèves on a des difficultés à anticiper leur réaction par rapport au travail demandé. Ainsi, on se retrouve à gérer des difficultés d'élèves face à la situation, non prévues et auxquelles nous improvisons une réponse. Or, le dialogue enseignant-élève pendant la situation d'apprentissage est essentiel : les élèves doivent être entendus et compris, et avoir une réponse à leur questionnement qui soit réfléchie. L'objet de ce mémoire est avant tout de s'informer sur les conceptions des élèves de manière à anticiper leur réaction face à la situation pour mieux gérer ce dialogue en classe.

Au-delà d'un problème de classe, il s'agit également d'un problème de préparation d'une situation didactique. L'hypothèse faite pour les enseignants débutants est qu'ils réussiront à préparer une situation d'apprentissage en s'appuyant exclusivement sur la théorie, sur les ouvrages existants compte tenu du fait qu'ils ne peuvent pas encore faire référence à une représentation interne des futurs acteurs de la situation : les élèves. Cependant peu de documents font référence aux conceptions des élèves à un moment donné de l'apprentissage. C'est en effet grâce aux cheminements d'une conception d'élèves que l'on comprend le processus d'apprentissage, où il commence, où il veut arriver et quelle activité mettre en place pour le faire évoluer.

L'hypothèse d'apprentissage faite pour ce mémoire est qu'il y a apprentissage, si notre situation permet l'émergence d'un problème pour l'élève, et si la situation permet d'apporter une évolution à ses conceptions. La base du travail de l'enseignant pour la préparation de la situation est donc l'élève et sa conception d'une notion mathématique. Notre recherche théorique s'est axée sur tout ouvrage, tout entretien qui nous permettait de mieux comprendre les élèves. Notre recherche expérimentale consiste à présenter aux élèves une situation d'apprentissage. On observera alors toutes les manifestations d'élèves montrant une conception et les réponses apportées par l'enseignant. Nous évaluerons par ce biais si la réponse apportée était appropriée pour juger de notre travail de recherche sur les conceptions de l’élève. Nous évaluerons également si l’on a répondu à toutes les questions. Ensuite, à plus long terme, nous évaluerons si cela a permis une évolution de leur conception, grâce à une évaluation diagnostique.

I / Une première expérience sur les nombres décimaux

Pour mieux comprendre le problème en classe et pendant la préparation à l'origine de ce mémoire, nous allons décrire et approfondir le travail de préparation et le déroulement des deux premières séances en classe. Pour commencer, j'ai suivi la progression de mon conseiller pédagogique Jean Versac, tuteur de ce mémoire qui avait eu des sixièmes auparavant. La première séquence porte alors sur les nombres entiers et nombres décimaux.

I.1 / Recherche d'informations pour la préparation

Ma préparation de séance est alimentée par les entretiens avec M. Versac, les différentes indications officielles et l'évaluation nationale de sixième. Je présente ici ma préparation de séance suivant les questions que je me pose pendant cette préparation.

Quelles compétences à acquérir ?

La page 17 du programme de sixième [Men Prog6 2005] présente deux compétences à acquérir sur la désignation des nombres entiers et décimaux :

> *1. Connaître et utiliser la valeur des chiffres en fonction de leur rang dans l'écriture d'un entier et d'un décimal*
>
> *2. Associer diverses désignations d'un nombre décimal : écriture à virgule, fractions décimales.*

En d'autres termes, le programme a pour objectif de faire comprendre la notion de nombre décimal. Pour ce faire, il propose de s'appuyer sur différentes écritures de ce nombre : l'écriture à virgule, la fraction décimale, des décompositions, l'écriture en lettres.

Comment est abordée la notion de nombre décimal à l'école primaire ?

Actuellement l'introduction des nombres à l'école primaire et par la suite au collège, suit l'ordre historique, ce qui n'a pas toujours été le cas. Ainsi, le travail sur les nombres entiers auraient du les amenés déjà à distinguer le signifiant, du signifié, c'est-à-dire comprendre qu'il existe plusieurs écritures ou signifiants pour un nombre. Pour comprendre le sens du nombre, son signifié, il faut faire des exercices utilisant des signifiants différents. Par exemple, pour les nombres entiers, il s'agit d'associer l'écriture du nombre en chiffres 456 avec celle en lettres « quatre cent cinquante six ». Après les nombres entiers, les fractions apparaissent comme solution de problèmes concrets où le nombre entier ne suffit pas.

Les fractions et les nombres décimaux doivent d'abord apparaître comme de nouveaux nombres, utiles pour résoudre des problèmes que les nombres entiers ne permettent pas de résoudre de façon satisfaisante : problèmes de partage, de mesure de longueurs ou d'aires, de repérage d'un point sur une droite. [Men AppCM 2002]

Les fractions décimales peuvent alors être introduites en cas particulier et l'écriture décimale apparaît comme une convention pour écrire ces fractions [Men AccEcole 2005].

Au cycle 3(…) l'écriture à virgule est présentée comme une convention d'écriture d'une fraction décimale ou d'une somme de fractions décimales

Les compétences exigibles du CM sur les nombres décimaux sont similaires aux compétences de sixième citées plus haut. [Men AppCM 2002]

– Déterminer la valeur de chacun des chiffres composant une écriture à virgule, en fonction de sa position.

– Passer pour un nombre décimal, d'une écriture fractionnaire (fractions décimales) à une écriture à virgule (et réciproquement).

Quel est l'apport du programme de sixième par rapport à celui de primaire ?

Il semble que rien de nouveau n'apparaît, il s'agit principalement de consolider les connaissances [Men Prog6 2005] : *l'objectif est de consolider et d'enrichir les acquis de l'école élémentaire (…) d'assurer une bonne compréhension.*

Peut être qu'en sixième sur ce chapitre, nous pouvons nous permettre d'être un peu plus théorique, mais rien n'est explicite dans le programme. En effet, à l'école primaire l'emploi du nombre décimal et des écritures qui lui sont associées est fait dans un cadre pratique, lié à un problème concret où l'unité a une valeur telle que le mètre [Men AppCM 2002].

(…) de telles égalités ($\frac{956}{10} = 95 + \frac{6}{10} = 95{,}6$ ou $\frac{503}{100} = 5 + \frac{3}{100} = 5{,}03$) ne doivent pas avoir un caractère formel. Elles doivent pouvoir être interprétées en référence soit à des longueurs de segments mesurés avec une unité donnée et ses sous-unités (…) soit au placement de nombres sur une graduation.

En sixième les commentaires du programme ne semblent pas interdire le caractère formel des égalités ci-dessus. Il est proposé de mettre en relation 23,042 avec différentes écritures dont l'une d'elles est contextualisée *23 mètres plus 4 centièmes de mètres et 2 millièmes de mètres,* les autres étant des égalités abstraites telle que *23 et 4 centièmes et 2 millièmes* ou $23 + \frac{4}{100} + \frac{2}{1000}$.

Une nouveauté apparaît dans le commentaire du programme de sixième si l'on désigne 23,042 comme quotient de 23042 par 1000. Cette nouveauté arrive plus tard dans ma progression, je verrai la division d'un nombre décimal par 10,100 ou 1000 puis la relation entre fraction et quotient. Je n'en fais donc pas cas ici dans ce chapitre.

Où en sont les élèves dans l'acquisition de ces deux compétences ?

La page 2 du document d'accompagnement sur les nombres au collège [Men AccCollegeNb 2006] précise les difficultés des élèves au sortir de l'école élémentaire :

> *Les élèves savent localiser le chiffre des dizaines ou des milliers, mais certains maîtrisent encore mal le fait que la position d'un chiffre ou d'un groupe de chiffres en détermine la valeur, de même que les relations de valeur telles que 1 millier est égale à 10 centaines ou 100 dizaines. (…) Ainsi, à l'évaluation à l'entrée en sixième 2003, on peut noter que la question « Complète l'égalité : 25 dizaines = ... unités » n'est réussie que par 54,2 % des élèves et donne lieu à la réponse « 5 » pour 14,7% d'entre eux.*

L'erreur faite à l'évaluation de sixième n'est pas expliquée dans le document, je suppose que l'élève ne conserve que le nombre 25 de la donnée *25 dizaines* pour en indiquer seulement le chiffre des unités. Donc dans cette réponse, il y aurait deux fonctionnements incorrects : le premier est d'extraire le nombre 25 de son contexte *25 dizaines* en considérant que c'est « 25 unités », le second est de ne prendre en compte que la position du chiffre des unités en oubliant la valeur, même dans 25, il y a 25 unités et non pas 5 ! A partir de cette supposition, on peut penser des situations qui vont tenter de remédier à ces deux erreurs mais avant cela, examinons plus attentivement mes propres élèves.

Où en sont mes élèves ?

L'évaluation nationale de sixième teste en trois questions les compétences sur la désignation des nombres. Les résultats de cette évaluation sont regroupés en annexe 1.

La première question a pour objectif d'évaluer si les élèves savent *associer la désignation orale et la désignation écrite (en chiffres) des nombres jusqu'à la classe des millions*. Il est clair que cette compétence est un pré-requis pour comprendre les nombres décimaux. Cela semble acquis par les élèves de la classe. Cinq élèves ont encore quelques hésitations (Amalia, Anaïs, Océane, Sandy, Manon).

La seconde question a pour objectif de *déterminer la valeur de chacun des chiffres composant une écriture à virgule, en fonction de sa position*. L'enseignant lit : *Parmi les écritures figurant sur votre feuille entourez celle qui est égale à quatre vingt seize et deux centièmes*. Sur leur feuille est écrit :

Parmi les écritures ci-dessous, entoure celle qui est égale à $96 + \frac{2}{100}$

96,200 962,100 296 96,02 98,100

Dans la classe dix élèves sur vingt-trois valident cette compétence par cette question. Avec seulement l'étude de cette question, on ne sait pas si c'est l'écriture fractionnaire écrite sur la feuille $96 + \frac{2}{100}$ qui leur a permis de répondre ou l'énoncé oral « quatre vingt seize et deux centièmes » du nombre. Neuf élèves sont en cours d'apprentissage. Parmi eux, sept élèves répondent 96,200 ; le document à l'attention de l'enseignant commente à leur sujet : *Les élèves qui associent déjà « centième » et « nombre à virgule », mais qui semblent confondre « deux centièmes » et « virgule deux cents »*. Les deux autres élèves Manon et Axel répondent 962,100. On retrouve ici Manon qui n'avait pas acquis la compétence de désigner un nombre entier. Pour ces neuf élèves, on peut s'appuyer sur un levier : « centième veut dire nombre à virgule ». Enfin, quatre élèves entourent plusieurs nombres : Vincent, Anaïs, Nadia et Robin. Je suppose qu'ils ne comprennent pas la question ou que pour eux tous ces nombres sont les mêmes.

Enfin la troisième question a pour objectif d'évaluer si l'élève sait passer pour un nombre décimal d'une écriture fractionnaire (fractions décimales) à une écriture à virgule (et réciproquement. L'évaluation montre ici un taux de réussite très bas. Seulement quatre élèves semblent avoir acquis cette compétence. Cinq élèves ont réussi un sens et pas l'autre. Sept élèves semblent ne pas différencier la virgule de la barre de fraction, notamment Manon.

Finalement, mes élèves ont acquis comment désigner un nombre entier naturel, avec quelques hésitations pour certains. Comprendre que la position d'un chiffre ou d'un groupe de chiffres en détermine la valeur n'est acquis que par trois élèves : Mélissa, Marie-Mélanie et Lisa. C'est en cours d'acquisition pour les autres

Ce que je retiens : Choix didactiques

Je retiens que les élèves ont des difficultés à comprendre le sens des chiffres dans l'écriture décimale. Il s'agit là de mon premier objectif d'apprentissage. Pour revenir au sens du nombre, je m'appuie sur l'introduction du nombre décimal en sixième. Je fais l'hypothèse que différentes écritures du nombre aide l'élève à comprendre le sens des chiffres qui le composent : par exemple $3,4 = 3 + \frac{4}{10}$ entendu comme « 3 unités et 4 dixièmes d'unités ». En effet, c'est de cette manière qu'ils ont appris le sens de cette écriture.

De manière à partir de ce qu'ils connaissent déjà, je choisis d'atteindre mon objectif avec les nombres entiers et de l'étendre par la suite aux nombres décimaux. Je fais l'hypothèse que la décomposition du nombre entier 456 comme 400+50+6 est connue de l'élève. J'ai cru à tort que ce qui posait problèmes aux élèves étaient l'introduction des quantièmes d'unités mais qu'ils avaient acquis le sens de l'écriture en base dix pour les nombres entiers.

La gestion de ma première séance est un cours dialogué, et non une activité. Partant du principe qu'il s'agissait avant tout de révisions, je n'avais selon moi rien à leur faire découvrir en activité, juste à tenter de rassembler leur connaissance au tableau. Ce type de gestion me rassurait dans le sens où je pouvais adapter plus rapidement mon discours à leur réaction.

I.2 / Description des premières séances

Première séance

Dans ce cours, je me suis assuré qu'ils distinguent les notions de nombres et de chiffres et qu'ils sont persuadés qu'il existe différentes écritures des nombres (écriture romaine, arabe, binaire…). Nous avons fait le lien avec la base décimale de notre système de numération, pour arriver à l'écriture décimale, titre de la première partie. Nous avons rappelé alors le vocabulaire associé à l'écriture décimale à l'aide d'un tableau (figure 1).

Centaine de mille	Dizaine de mille	Unité de mille	Centaine	Dizaine	Unité	Dixième	Centième	Millième

Figure 1 : Tableau présentant l'écriture décimale

En deuxième partie, j'ai présenté les nombres entiers naturels et les différentes écritures possibles (Ecriture décimale : 456, Ecriture en lettres : quatre centaines, cinq dizaines et six unités, Ecriture décomposée : 4*100+5*10+6 ou 400+50+6).

Les élèves ont beaucoup participé, tant et si bien que la séance s'est arrêtée au moment des décompositions d'un nombre entier. J'ai eu le temps de m'apercevoir que cela n'était pas évident pour eux. A la fin de la séance, je leur ai laissé un exercice à faire chez eux, ils devaient compléter le tableau de la figure 2.

Nombre	Chiffre des dizaines	Nombre de dizaines	Chiffre des centaines	Nombre de centaines
785				
6 087				
14 600				
130 000				

Figure 2 : Exercice proposé à l'élève

M. Versac m'avait souligné l'intérêt de ce type d'exercices et m'avait prévenu que cela allait leur posé problèmes. Cet exercice permet une réflexion sur la position du chiffre dans l'écriture décimale et la valeur d'un groupe de chiffres dans un nombre. Comme le suggère le programme d'accompagnement, je pensais expliquer que le nombre de dizaines dans 785 est 78 grâce à la décomposition : 785=10*78+5 qui conduit à « dans 785, il y a 78 dizaines et 5 unités ».

Deuxième séance

Pendant cette deuxième séance, je m'aperçois comme prévu que la colonne « Chiffre de… » ne présente aucun problèmes, ce qui n'est pas le cas de la colonne « Nombre de… ». J'ai alors posé la question : comment expliquez-vous que le nombre de dizaines du nombre 785 soit 78 ? Beaucoup d'élèves participent pour répondre à cette question, même des élèves qui avaient une réponse incorrecte. Les élèves se sont répondus entre eux pour préciser au mieux l'explication. Après de nombreuses réponses d'élèves j'obtiens ceci : dans 785 on met une barre au niveau du chiffre des dizaines et tout ce qui est avant correspond au nombre de dizaines. On dirait une « recette » pour répondre à la question. Contrairement à mes attentes, je n'ai eu aucune réflexion sur le sens. J'ai tenté par la suite d'amener du sens à leur explication, en les amenant à décomposer le nombre 785. Ils ne semblaient pas voir le lien entre la question et la décomposition. Encore une fois surprise de leur réaction, j'ai détaillé avec eux en comptant le nombre de 10 que contient 700 puis 80 puis 5, et en conclure le nombre de 10 que contient 785. Je n'ai pas vraiment réussi à les convaincre que c'était effectivement une justification. Il n'y avait pas de lien <u>logique pour eux</u> entre leur explication et la mienne. A la fin de l'heure, un élève me dit : on a passé une heure à répondre à une question.

I.3 / Analyse et problématique

Depuis la préparation jusqu'au déroulement de la séance, je suis guidée par un objectif essentiel : comprendre les élèves. Mon manque d'expérience a engendré trois types de difficultés. La première est d'adapter le contenu de ma séance aux élèves. Si l'on a anticipé un problème de l'élève, la seconde est de prévoir une réponse adaptée au fonctionnement cognitif de l'élève. La troisième est d'anticiper leur question pour pouvoir mieux gérer la classe.

Adapter le contenu : ni trop facile ni trop difficile

J'avais besoin pendant la préparation de savoir ce qui dans ce chapitre allait représenter pour eux un problème, et ce qui au contraire, ne l'était pas. N'étant pas au point sur cette question, j'ai été déçue par la première séance car aucun problème n'a surgi. Le contenu de la séance était sans doute trop facile, trop de révisions, pas assez d'apports nouveaux. Je leur ai donc demandé de faire un exercice que je savais être délicat (grâce à M. Versac). Par cet exercice, j'étais à l'extrémité opposée, non seulement il a posé problèmes à l'élève, mais c'était un exercice à faire à la maison, l'élève était donc seul pour le faire, et nous n'en avions pas parlé avant. Le risque ici est de démotiver les élèves, l'exercice à la maison doit surtout rassurer l'élève sur ce qu'il a compris en cours. Ni trop facile, ni trop difficile, il faut réussir à construire une gradation de la difficulté dans les tâches proposées à l'élève.

Pour les problèmes que l'on a anticipés, prévoir une réponse qu'ils comprennent

Je savais que cet exercice allait leur poser problème, une autre question apparaît : quelles sont les explications qui vont avoir un sens pour eux ? La décomposition du nombre 785 en 78x10+5 ne semble pas avoir plus de sens pour eux. Je n'avais pas relevé, en lisant le programme de primaire que les élèves ne comprenaient les décompositions que dans des contextes concrets. Expliquer le sens d'un nombre en disant qu'il y a tant de fois 10 dans ce nombre, cela fait référence à une autre compétence pour les élèves : celle de la division par 10, qui demande encore réflexion. Expliquer que dans 785 billes, on peut faire 78 groupes de 10 billes et un groupe de 5 billes, c'est tout à fait différent, et sans doute plus clair pour eux.

Anticiper leur question pour une meilleure gestion

Quand l'enseignant amène les élèves sur un problème et qu'il n'apporte pas de réponses à leur questionnement, comme s'il n'avait pas prévu leur problème, le contrat est rompu : ils ont fait le pas de s’intéresser et en retour ils n’ont rien. Il est alors impossible de reporter cette réponse à plus tard. Pour ma deuxième séance, il fallait au moins trouver un consensus sur une explication qui ait du sens pour eux. C’est alors que chacun a envie de donner son point de vue sur la question, point de vue qui n’est pas forcément réfléchi, ni succinct. C’est ainsi qu’une correction d’exercices peut prendre toute l’heure.

Quand les élèves soulèvent un problème d’enseignement, cela accapare l’enseignant, qui réfléchit, et n’est plus complètement présent dans l’action de classe. Anticiper leur questionnement réduirait ces problèmes d’enseignement et me permettrait d’être plus à leur écoute en classe.

Problématique

En résumé, l’idée clef qui allait guider l’évolution de ma pratique était comment réfléchissent mes élèves ? Quel est le fonctionnement d’un élève de sixième en mathématiques ? Quelle recherche bibliographique de préparation de séance répond à cette question ?

II / Quelle recherche théorique pour mieux comprendre les élèves ?

Cette première expérience montre que l'évolution de ma pratique va se tourner vers deux approfondissements théoriques principaux. Le premier concerne l'étude de ce que le ministère attend comme contenu dans mes cours, l'étude de l'organisation mathématique sous-jacente au programme qui permet de m'éclairer sur les obstacles que mes élèves vont rencontrer. Le second concerne les conceptions des élèves, le mode de fonctionnement face à un problème, leur méthode de résolution erronée ou non.

II.1 / Précisions de la problématique

D'où la nécessité de partir d'une conception erronée

J'ai observé mon tuteur en stage de Pratiques Accompagnées sur une activité en sixième sur les angles. L'idée était d'introduire la notion d'angle. Dans l'activité, les élèves devaient dire à l'œil nu si les angles étaient égaux et donner une méthode pour vérifier que c'était effectivement le cas. Après plusieurs interactions, l'enseignant s'aperçoit d'un fonctionnement commun pour résoudre ce problème. Plusieurs élèves pensent que deux angles sont égaux si les dessins des demi-droites sont de mêmes mesures sur les 2 angles. Ainsi les deux angles de la figure ci-dessous ne sont pas égaux par rapport à leur conception erronée.

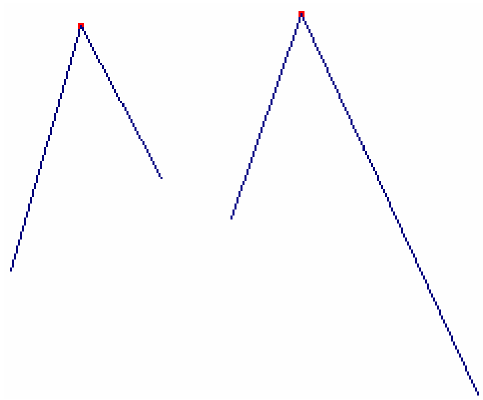


Figure 3 : Deux angles non égaux pour une plusieurs élèves

L'enseignant a demandé « qu'est ce qu'un angle ? » « C'est 2 segments » répond un élève, « qu'est ce qu'un segment ? » (..) « un angle est formé par deux demi-droites » « qu'est ce qu'on mesure pour mesurer un angle ? » « la largeur » répond une élève elle voulait dire par là « l'écartement ». L'enseignant juxtapose alors 2 compas différents, l'un avec des cotés très petits et l'autre avec des côtés très grands, il prend le même écartement pour les 2 compas.

Puis il prend un compas dans chacune de ses mains et demande : « quel est l'angle le plus petit ? » …

Cette mise en situation qui permet l'émergence d'une conception erronée ajoutée à la réceptivité de l'enseignant a permis une « situation d'apprentissage ». Je pense qu'une fois que j'aurais connaissance de leur conception erronée, j'aurais moins de difficultés pour déterminer l'objectif d'apprentissage de mes séances. Quelles sont les conceptions erronées des élèves de sixième ?

Ma conception du savoir

La classe de sixième était le niveau que j'appréhendais le plus, un trop grand fossé séparait le raisonnement de l'élève du mien. Je manipule des notions pour lesquelles j'ai intériorisé leur définition. Il faut réussir à s'abstraire de ce que l'on connaît, à s'imaginer que l'on ait abordé le contenu à la manière dont l'ont abordé les élèves pour pouvoir se mettre à leur place et anticiper leur raisonnement.

Par exemple, une décomposition de nombre telle que 156,34 = 100 + (5 x 10) + 6 + (3 x 0,1) + (4 x 0,01) ou $156{,}34 = 100 + (5 \times 10) + 6 + (3 \times \frac{1}{10}) + (4 \times \frac{1}{100})$ est interprétée par les élèves comme il y a 100 + 5 dizaines + 6 + 3 dixièmes + 4 centièmes. M. Versac souligne que le « fois » n'a pas ici le sens de la multiplication et n'est qu'une convention d'écriture aux yeux des élèves. Effectivement, ce genre de différence de lecture, on peut ne pas y prêter attention en tant que stagiaire, d'autant qu'ils connaissent la multiplication de nombres décimaux par des nombres entiers.

Le problème qui se pose c'est qu'avec ma conception du savoir, je passe à côté des informations importantes quand je lis le programme officiel. Il est clair que mon inexpérience doit m'obliger à lire beaucoup plus attentivement les programmes et à me renseigner plus avant sur le savoir enseigné à l'école et en sixième.

L'expérience des enseignants

M. Versac m'a indiqué qu'une conception erronée d'élèves était de considérer l'écriture décimale comme la juxtaposition de deux nombres entiers. Cette conception erronée induit de nombreuses erreurs pour l'élève de sixième. L'enseignant doit alors prendre en compte cette conception pour établir ses objectifs d'apprentissage. Le programme ne nous indique pas ce type d'informations, il est donc indispensable de prendre en compte dans ma préparation les discussions entre enseignants de mathématiques et mes observations faites en classe de sixième dans d'autres classes.

Les enseignants ne peuvent pas être ma seule source d'information. J'ai réalisé que même si les élèves ont certainement des conceptions erronées identiques d'une classe à l'autre, les choix d'objectifs d'apprentissage sont extrêmement différents pour un même chapitre. Beaucoup d'enseignants interprètent le programme de manière différente. Est-ce qu'il s'agit de différences légitimes, dans le sens où il est laissé libre à l'enseignant d'apprécier l'information à faire passer ? Est ce qu'il s'agit d'erreurs de lecture du programme ? Est-ce que les enseignants ne lisent plus le programme ? J'ai été très surprise des différences entre enseignants des messages que l'on pense indispensable à faire passer.

Objectifs selon les livres de sixièmes

Pour déterminer leurs objectifs d'apprentissage, les enseignants s'appuient très souvent sur les objectifs des activités des livres scolaires. En effet, dans les livres, il est facile d'extraire de chaque exercice l'objectif travaillé et de suivre le raisonnement : si ce point est travaillé, c'est qu'il doit être délicat à comprendre pour les élèves. Le problème du livre, c'est qu'il est générateur d'erreurs pour l'enseignant et surtout pour le jeune enseignant. En effet, les exercices sont souvent réutilisés alors que le programme et les élèves évoluent. Le livre n'est pas toujours en adéquation avec le programme officiel, il entretient des conceptions d'enseignement dépassées.

Par exemple, à la page 13 du livre de mes sixièmes [math 6^{e}, collection Prisme, Belin, 2005], pour multiplier un nombre décimal par 10, 100 ou 1000, on *déplace sa virgule d'un, de deux, ou de trois rangs vers la droite*. Alors que dans le document d'accompagnement des nombres au collège est écrit :

- *12,53 x 10 = 125,3 car multiplier 12,53 par 10 revient à « donner à chacun de ses chiffres une valeur 10 fois plus grande » ; contrairement à une règle souvent énoncée, ce n'est pas la virgule qu'il faut « déplacer vers la droite » mais plutôt chaque chiffre qu'il faut « déplacer vers la gauche » pour lui donner une valeur 10 fois supérieure !*

De nombreux enseignants l'utilisent dans leur cours. C'est un choix qui entretient une représentation de l'écriture décimale dénué de sens.

Autre exemple, dans de nombreux ouvrages de sixième tel que [Mathématiques 6e, Delagrave, 2005] ou [Maths 6^{e} Diabolo, Hachette Education, 2005] on peut observer un tableau de l'écriture décimale comme dans la figure 4. Ce tableau entretient une conception erronée des élèves qui voient dans l’écriture décimale deux nombres entiers que seraient alors les parties entière et décimale séparés par une virgule.

Partie entière							Partie décimale					
Unité de millions	Centaine de mille	Dizaine de mille	Unité de mille	Centaines	Dizaines	Unités	Dixièmes	Centièmes	Millièmes	dix-millièmes	cent-millièmes	Millionièmes

Figure 4 : tableau entretenant la conception « juxtaposition de deux nombres entiers »

Chapitre sur fraction ou non ?

J’ai remarqué cette année que bon nombre d’enseignants font un chapitre en sixième dédié exclusivement à la notion de fraction. Or dans le programme, l’écriture fractionnaire n’est pas séparée de la notion de quotient. C’est l’idée essentielle de la sixième par rapport à l’école primaire, la fraction n’est plus qu’une proportion mais un quotient. C’est d’ailleurs noté comme un objectif principal de la classe de sixième dans le programme [Men prog6 2005]

> *mettre en place une nouvelle signification de l’écriture fractionnaire, comme quotient de deux entiers.*

Or certains enseignants estiment important de faire un chapitre sur la fraction en tant que proportion. Je pense que sur ces questions de fond qui concerne l’orientation de nos objectifs d’enseignement, il ne peut exister de flou. D’où vient cette incertitude ?

II.2 / Eléments de réponse

Vide didactique

Bronner [Bronner 1997] présente quatre enseignants de collège qui introduisent les racines carrées de quatre façons complètement différentes, il parle alors de « vide didactique » dans le programme (de l’époque). Le premier présente les racines carrées par l’aspect technique : la définition est une formule $(\sqrt{a})^2=a$, on démontre et on utilise les formules sur les racines. Le second les présente comme des nombres non décimaux en montrant la limite de l’écriture décimale quand on cherche un nombre qui élevé au carré donne 72. Le troisième les présente comme des nombres non rationnels. Depuis le programme a été mieux précisé, l’irrationalité de $\sqrt{2}$ peut même être démontrée en troisième en arithmétique. Ainsi les différences d'objectifs d'apprentissages peuvent être expliquées par une manière un peu floue de présenter la cohérence du programme.

Description du savoir

Les objets mathématiques sont souvent utilisés dans des sens différents. Le programme officiel utilise un certain vocabulaire, mais ne précise pas toujours le sens dans lequel il est utilisé. Le programme parle de *périmètre d'une figure* et de *longueur d'un cercle.* Or le cercle est une *figure.* Cela pourrait sous-entendre que l'on peut parler de périmètre d'un cercle comme cela est fait dans le cours de sixième de l'IREM de Strasbourg http://irem2.u-strasbg.fr/spip/article.php3?id_article=56 ou dans le livre scolaire Math 6ème collection Domino, Nathan, édition 2005. Cette incohérence s'expliquerait par le double sens du mot figure dans le dictionnaire qui peut être parfois vu comme une surface. Cependant le périmètre par définition est bien d'après les dictionnaires, la longueur du contour d'une surface. Si cela était précisé, référencé dans le programme, pour chaque objet une définition rigoureuse, il n'existerait aucune polémique.

Objectifs essentiels

Selon moi au collège, des objectifs essentiels sont d'un point de vue numérique, distinguer le nombre de son écriture et d'un point de vue géométrique, distinguer la figure du dessin la représentant. En d'autres termes, l'un des objectifs fondamentaux de l'enseignement des mathématiques est la conceptualisation des objets. Ces objectifs sont longs à atteindre, mais sous-tendent les activités et justifient les choix du programme. On comprend alors mieux l'un des objectifs du collège cités dans le programme [Men Prog6 2005]

> *Les quatre parties des programmes des classes du collège s'organisent autour des objectifs suivants : (…)*
>
> *Nombres et calculs :*
>
> - *acquérir différentes manières d'écrire des nombres (écriture décimale, écriture fractionnaire, radicaux) et les traitements correspondants.* (…)
>
> *Géométrie*
>
> - *Passer de l'identification perceptive (reconnaissance par la vue) de figures et de configurations à leur caractérisation par des propriétés (passage du dessin à la figure)*

Je regrette qu'il ne soit pas expliqué pourquoi passer d'une écriture à l'autre. Il me semble que le programme ne met pas assez l'accent sur ce sur quoi nous devons insister. On insiste vraiment qu'à partir du moment où l'on comprend pourquoi c'est si important. Or je me suis aperçue que chaque enseignant insiste sur des points qui leur sont propres.

Obstacle

La notion d'obstacle est développée par les travaux de Brousseau [Brousseau 1998]. Selon lui le savoir premier peut faire obstacle pour l'apprentissage de concepts mathématiques. Il suggère que certains de ces obstacles sont inévitables et constitutifs du savoir. L'obstacle doit alors faire l'objet d'un travail de déconstruction -reconstruction. Un obstacle se manifeste par des erreurs dues à une conception erronée dans un contexte particulier.

Par exemple, la désignation fractionnaire d'un nombre décimal constitue un obstacle pour un élève de sixième. Quand le nombre entier est introduit pour énumérer. On lui voit deux signifiants : son écriture en lettres et son écriture en chiffres. Ainsi, les élèves peuvent concevoir qu'il existe seulement deux écritures à un nombre, celle en lettres et celle en chiffres. Ces conceptions sont erronées pour l'introduction de nouvelles écritures de nombre telles que l'écriture fractionnaire des nombres rationnels non décimaux ($\frac{2}{3}$) et l'écriture avec une racine de nombres réels non rationnels ($\sqrt{2}$). Voilà je pense la raison pour laquelle le programme introduit le nombre décimal par une écriture fractionnaire, pour ne pas favoriser cet obstacle. Le programme est donc cohérent mais il n'a pas expliqué aux enseignants la raison de « l'objectif essentiel au collège » : *différentes écritures d'un même nombre*.

Comment lire le programme ?

En résumé, ce qui m'a manqué à la lecture des programmes sont les éléments suivants. La description du savoir est succincte, c'est rare que l'on trouve une définition d'un objet mathématique dans les documents d'accompagnement. Il manque parfois les objectifs essentiels et surtout la justification des choix fait dans le programme des compétences à acquérir par rapport à ses objectifs essentiels. J'ai très peu d'informations sur ce qui a fait obstacle à l'élève et ce qui va faire obstacle cette année. Le programme ne nous donne aucune indication sur le fonctionnement d'un élève qui entre en sixième relativement à une compétence.

Je fais l'hypothèse que pour comprendre le programme, pour limiter les interprétations hâtives dues à nos propres représentations, il faut lire les articles des chercheurs qui sont à la source des changements du programme, chose que n'ont pas le temps de faire les enseignants et qui peut expliquer la raison pour lesquelles les interprétations du programme sont si différentes. Notre enseignement le montre bien, pour comprendre un nouveau savoir, il faut comprendre ce qui a amené à construire ce nouveau savoir. Pour comprendre les évolutions du programme, il faut comprendre les différentes recherches qui ont amené à cette conclusion.

Selon moi, le programme officiel est une base riche pour discuter entre enseignants des idées fondamentales à faire passer en sixième. Cependant, il est très insuffisant, pour un enseignant seul qui veut en dégager des objectifs d’apprentissage alors qu’il débute.

III / Expérimentation en classe de sixième : quotients de deux nombres entiers

III. 1 / Concept en jeu

Quelles compétences à acquérir en sixième ?

Tout d'abord il faut noter l'importance de ce thème dans le programme de sixième :

> *Le programme de la classe de sixième a pour objectifs principaux : (…)*
>
> *- de mettre en place une nouvelle signification de l'écriture fractionnaire, comme quotient de deux entiers.*

La compétence exigible à laquelle nous nous référons est notée dans le programme de sixième

> *Interpréter $\frac{a}{b}$ comme quotient de l'entier a par l'entier b, c'est à-dire comme le nombre qui multiplié par b donne a.*

Plusieurs définitions d'un même objet : la fraction

On distingue quatre définitions du nombre « fraction », (le terme rationnel n'apparaît qu'en quatrième) entre l'école primaire et la sixième : Soit b non nul,

- Le nombre a/b est le quotient de la division de a par b
- Le nombre a/b est le nombre qui multiplié par b donne a
- Le nombre a/b est le nombre obtenu quand on partage a unités en b parties égales
- Le nombre a/b est le nombre obtenu quand on a partagé l'unité en b parties égales et quand on en prélève a parties.

Il me semble que les trois premières définitions sont vues en sixième et que la seule vue en primaire est la quatrième définition.

Limite du programme de l'école primaire

Après la lecture du programme de primaire, on pourrait tout à fait conclure que les élèves savent qu'une fraction représente un nombre. En effet, d'après les trois compétences exigibles au cycle 3 [Men AppCM 2002] ci-dessous, l'élève doit pouvoir associer la fraction à une mesure donc à un nombre, l'élève doit pouvoir encadrer une fraction par deux entiers consécutifs, ce qui supposerait que l'élève ait conscience que la fraction est un nombre.

– Utiliser, dans des cas simples, des fractions ou des sommes d'entiers et de fractions pour coder le résultat de mesurages de longueurs ou d'aires, une unité de mesure étant choisie explicitement.

– Encadrer une fraction simple par deux entiers consécutifs.

– Écrire une fraction sous forme de somme d'un entier et d'une fraction inférieure à 1.

Dans le commentaire le programme stipule que l'élève sait que *un demi c'est aussi 0,5*. La question que je me pose alors c'est comment expliquer que un demi c'est 0,5 sans passer par le quotient de 1 par 2 ?

Explication du programme de l'école primaire

Le livre [Fénichel 2005] répond à toutes les interrogations que l'enseignant peut se poser par rapport au programme, il simplifie de ce fait énormément le travail de l'enseignant de primaire (et de sixième). Il s'appuie sur la théorie des champs conceptuels de Vergnaud [Vergnaud 1990] pour proposer une analyse du champ conceptuel des nombres. Il propose ensuite des classes de problèmes pour l'enseignement à l'école élémentaire. Il propose également des procédures de résolution de ces problèmes au cycle 3. Ce livre m'a permis de mieux comprendre le programme et de mieux préciser le fonctionnement que je pouvais attendre d'un élève de sixième face à un problème.

Il s'agit ensuite d'introduire la fraction, en tant que « proportion » d'abord, c'est-à-dire, qu'on désigne par $\frac{a}{b}$ le fait de prendre a parts d'une tarte partagée en b parts égales. Puis on le fait dans le but de mesurer avec une unité. C'est ainsi que la fraction peut s'identifier à un nombre. Il est simple notamment de commencer par $\frac{1}{2} = 0{,}5$.

Obstacles

L'obstacle a été souligné pendant un groupe de formation disciplinaire. Brigitte Roussel, pendant les GFD7 du 07/09/06 sur les fonctions, souligne que la fraction $\frac{a}{b}$ n'est plus seulement une proportion comme elle l'est en primaire « prendre *a* parts parmi un partagé en *b* parts égales » mais devient en sixième un nombre : le résultat de la division de *a* par *b*. Partager, ils savent faire, mais il est difficile pour eux de comprendre que le résultat de ce partage est un nombre. Cet obstacle est décrit dans le document d'accompagnement sur les nombres [Men AccCollegeNombre 2006] :

Le fait de donner un statut de nombre à une écriture qui n'a pas la forme usuelle d'une suite de chiffres constitue une difficulté majeure pour beaucoup d'élèves *beaucoup d'élèves pensant que le « calcul reste à effectuer », avec l'idée qu'un calcul abouti a une forme où ne figurent plus les nombres initiaux (2 + 3 est égal à 5, 2 x 3 est égal à 6.)*

III. 2 / Où en sont mes élèves ?

Où en sont les élèves de la classe pour comprendre qu'une fraction est un nombre ? Pour répondre à cette question, il faut mener une étude approfondie sur les réponses d'élèves à l'évaluation de sixième et aux évaluations en cours d'année relatives à ce thème.

Questions associant fraction et nombre dans l'évaluation de sixième

Je vais cette fois lire l'évaluation de sixième selon un objectif d'apprentissage. Dans l'évaluation de sixième, six questions selon moi permettent de juger où en est l'élève dans la compréhension de la fraction en tant que nombre. Ces questions ainsi que les compétences auxquelles elles se réfèrent sont détaillées dans l'annexe 2.

Dans l'ordre des difficultés croissantes, on a tout d'abord la question 15 où l'élève doit *entourer l'écriture* [décimale] *égale à* $96 + \frac{2}{100}$. Cette question nous permet en effet de savoir si l'élève associe bien l'écriture fractionnaire $\frac{2}{100}$ ou la désignation orale *deux centièmes* avec le chiffre 2 comme chiffre des centièmes.

Les questions 13 et 26 demandent à l'élève d'associer une fraction avec un nombre décimal. Ces questions sont donc plus difficiles car l'élève doit comprendre le sens d'un groupe de chiffre, et non d'un seul chiffre. Dans la question 13 il s'agit d'*entourer la fraction égale à 80,4*. Le groupe de nombre 804 doit avoir un sens : des dixièmes. J'aurais trouvé intéressant ici de proposer parmi les choix l'écriture $80 + \frac{4}{10}$ en précisant que plusieurs réponses sont possibles, de cette manière, on aurait pu évaluer les élèves qui ne comprennent le lien entre fraction et écriture décimale que dans le sens des décompositions décimales. La question 26 demande à l'élève d'entourer le nombre (ça change de « l'écriture » de la question 15 !) égal à la fraction $\frac{724}{100}$. Une fois qu'il connaît le sens du groupe 724, l'élève doit savoir où est le chiffre des centièmes.

L'exercice 35 demande à l'élève de repérer une égalité entre deux nombres : $\frac{1}{4}$ et 0,25. C'est le seul exercice qui met en évidence une égalité entre une écriture décimale et une fraction non décimale. C’est un exercice difficile si l’élève passe par le processus de résolution $\frac{1}{4}$ = $\frac{100}{25}$ = 0,25 mais les résultats sont fossés car de nombreux élèves connaissent cette égalité par cœur sans en comprendre le sens.

L’exercice 29 enfin est selon moi, le plus difficile, il s’agit d’encadrer un nombre par deux entiers consécutifs. Dans la première question il faut encadrer $\frac{385}{10}$ et dans la seconde 12 + $\frac{5}{100}$. Ainsi, il faut comprendre le sens de la fraction pour ensuite l’entourer des nombres entiers.

Analyse des résultats de l’évaluation de sixième

Les résultats de la classe sur ces questions sont regroupés dans le tableau de la figure 5.

	Exo 15	Exo 13		Exo 35	Exo 29		Bilan : Sens d'une fraction
	$96+\frac{2}{100}$	**80,4**	$\frac{724}{100}$	$\frac{1}{4} = 0,25$	$\ldots < \frac{385}{10} < \ldots$	$.<12+\frac{5}{100}<.$	
Nolwen	96,200		72,4	$0,4 = \frac{1}{4}$	$\frac{380}{10} < .. < \frac{390}{10}$		
Melissa A.	OK	OK	OK	$0,4 = \frac{1}{4}$	OK	0,5< ..<0,6	
Anaïs				$1,4 = \frac{1}{4}$			
Marie-Mélanie	OK	OK	OK	$0,4 = \frac{1}{4}$	OK	OK	
Amalia	96,200	$\frac{804}{100}$	724,100	$1,4 = \frac{1}{4}$			
Julian	96,200	OK	OK	$1,4 = \frac{1}{4}$		OK	
Matthieu	96,200	$\frac{804}{100}$	0,724	OK			
Lucas	OK	$\frac{804}{100}$	72,4	OK			
Océane	OK	$\frac{804}{100}$	OK	$1,4 = \frac{1}{4}$			
Sandy	96,200	OK	724,100	$1,4 = \frac{1}{4}$			
Lisa	OK	OK	OK	OK	OK	OK	
Thomas	OK	$\frac{804}{100}$	0,724	OK			
Robin				$1,4 = \frac{1}{4}$			
Sofian	OK		72,4	OK			
Melissa F.	96,200	$\frac{804}{1000}$	724,100	$1,4 = \frac{1}{4}$			
Rafaelle	96,200	$\frac{804}{100}$	724,100	OK			
Vincent				$1,4 = \frac{1}{4}$			
Jérémy	OK	OK	0,724	OK			
Dany	OK	$\frac{80}{4}$	724,100	$1,4 = \frac{1}{4}$			
Axel	962,100	OK	724,100	$1,4 = \frac{1}{4}$	$\frac{380}{10} < .. < \frac{390}{10}$		
Chloé	OK			OK			
Nadia			0,724	OK			
Manon	962,100	$\frac{80}{4}$	OK	$1,4 = \frac{1}{4}$			

Figure 5 : Résultats de l'évaluation de sixième relatifs aux fractions comme un nombre

Douze élèves en difficultés

Je remarque que les élèves qui ne font pas le lien entre fraction et nombre dans le cadre d'une question ont deux réponses possibles où bien ils écrivent au hasard n'importe quelle réponse, ou bien, la solution de facilité est de considérer la barre de fraction comme la virgule de l'écriture décimale.

Pour six élèves (Anaïs, Matthieu, Robin, Vincent, Nadia et Manon), je ne réussis pas à trouver de liens logiques dans leur réponse. Je pense qu'ils ne sont pas entrés du tout dans ce lien entre le nombre et la fraction.

Nolwen est un cas particulier du groupe précédent. Il n'a cependant pas choisi la solution de facilité dans l'exercice 35 : il répond 0,4 = $\frac{1}{4}$. En outre il répond à l'exercice 29 par $\frac{380}{10}$ < ..< $\frac{390}{10}$. J'ai accepté comme juste cette réponse qui n'était pas envisagée dans les réponses acceptées. Est-ce que l'on peut supposer qu'il a compris que ces réponses étaient des nombres entiers ? Peut être ! Ces deux réponses peuvent laisser supposer qu'il est entré dans l'apprentissage, mais reste cependant très faible sur ce point.

Pour quatre élèves (Amalia, Sandy, Melissa F. et Rafaelle), on peut repérer une cohérence dans leur réponse. Pour les questions 15 et 26 où il s'agit d'associer une écriture fractionnaire avec une écriture décimale, ces quatre élèves ont chaque fois associé l'appellation orale « deux centièmes » de l'exercice 15 avec « virgule deux cents » et l'appellation orale « centièmes » de l'exercice 26 avec « virgule cent ». Il semble comprendre que quand on parle de « ième », il y a bien une virgule mais il ne manipule que des nombres entiers.

Axel est un cas particulier du groupe précédent à ceci près qu'il associe « virgule deux cents » avec « deux virgule cent » et qu'il répond lui aussi à la question 29 de l'encadrement par $\frac{380}{10} < \frac{385}{10} < \frac{390}{10}$.

Huit élèves en cours d'apprentissage

Sept élèves (Lucas, Océane, Thomas, Sofian, Jeremy, Dany et Chloé) semblent avoir compris le sens du $\frac{2}{100}$ de la question 15. Ils sont donc entrés dans l'apprentissage de ce lien entre nombre et fraction par la décomposition décimale. Ils sont en difficulté pour comprendre le sens d'un groupe de chiffres.

Julian est un cas particulier des élèves en cours d'apprentissage, c'est l'exemple qui prouve que l'ordre de difficultés que j'ai établi n'est pas sans failles ! En effet, il semble réussir à associer une fraction décimale avec une écriture décimale sans réussir à comprendre le sens de la décomposition décimale de l'exercice 15. Cependant, à l'exercice 29, il semble avoir compris le sens de la décomposition et non plus le sens de la fraction décimale. Globalement, je pense qu'il est bien entré dans l'apprentissage.

Trois élèves qui ont compris !

Enfin, trois élèves (Melissa A., Marie-Mélanie et Lisa) semblent avoir compris le sens entre la fraction et le nombre. A noter que Marie-Mélanie et Melissa A. ont répondu $0{,}4=\frac{1}{4}$, cette réponse montre que $\frac{1}{4}$ est pour elle bien un nombre inférieur à 1, un nombre partageant l'unité, mais il était difficile de mener la réflexion jusqu'au bout $\frac{1}{4}$ = 100/25 = 0,25.

Limite de l'évaluation de sixième

L'évaluation de sixième dans son rôle d'aide à l'enseignant devrait être envisagée selon les obstacles et non selon les compétences. Ce qui est important c'est où en est l'élève sur le concept du nombre, où en est l'élève sur le concept de figure ? Par rapport à ses deux angles de vues, par rapport à cet obstacle. Par exemple, où en est l'élève par rapport au fait de considérer un nombre décimal comme juxtaposition de deux entiers ? Je pense qu'il est préférable de faire une évaluation sur une question mais bien complète, que l'on puisse effectivement exploiter. Plutôt qu'une question qui a elle seule est sensée juger du niveau de l'élève par rapport à une compétence. Notre interprétation est faussée.

Contrôle du 26/09/06

Huit séances (d'une heure) après l'évaluation de sixième, je donne aux élèves un petit contrôle sur les nombres décimaux. L'énoncé de contrôle est donné en annexe 3. Les résultats sont dans le tableau de la figure 6.

	Evaluation $6^{ème}$	contrôle du 26/09/06 élèves qui ont utilisé une fraction
Anaïs		douze centièmes = $\frac{12}{100}$
Lucas		écriture décimale la plus simple de 40,040 = $\frac{40\,040}{1\,000}$
Océane		Ecriture décimale la plus simple de 40,040 = $\frac{40\,040}{1\,000}$ et partie décimale de 134,35 = $\frac{3}{10} + \frac{5}{100}$
Thomas		partie décimale de 134,35 = $\frac{3}{10} + \frac{5}{100}$
Robin		partie décimale de 1345 = $\frac{1345}{10\,000}$
Sofian		écriture décimale la plus simple de 40,040=$\frac{40}{100}$
Vincent		écriture décimale la plus simple de 40,040=$\frac{40040}{10\,000}$
Jérémy		écriture décimale la plus simple de 40,040=40+$\frac{40}{100}$
Chloé		partie décimale de 134,35 = $\frac{3}{10} + \frac{5}{100}$ et écriture décimale la plus simple de 40,040 = 4 x 10 + 0 x 1 + $\frac{0}{10} + \frac{4}{100} + \frac{0}{1\,000}$
Manon		partie décimale de 134,35 = $\frac{3}{10} + \frac{5}{100}$

Figure 6 : Résultats du contrôle du 26/09/06

Ce contrôle me permet d'évaluer une partie de leur connaissance vis-à-vis de l'écriture décimale. Il n'emploie aucune fraction dans son énoncé, et ne nécessite l'emploi d'aucune fraction pour y répondre. Cependant, en cours, nous avons fait le lien entre l'écriture fractionnaire, l'écriture en lettres et l'écriture décimale. Ainsi dans dix copies sur vingt trois, les fractions sont utilisées. C'est ainsi que cette évaluation portant exclusivement sur le sens de l'écriture décimale me permet d'évaluer également l'utilisation de la fraction décimale pour désigner un nombre.

Six élèves sur les dix utilisent de manière correcte la fraction. Parfois cependant, elle ne répond pas à la question, par exemple quand l'élève répond par une fraction à l'écriture décimale la plus simple possible de 40,040.

Je note cependant quelques progrès : Robin ne sait toujours pas associer une écriture décimale et une écriture fractionnaire, il montre cependant ici qu'il a compris qu'une partie décimale peut être écrite sous une forme fractionnaire. Anaïs a associé douze centièmes avec la fraction

$\frac{12}{100}$ alors qu'elle n'utilisait pas les fractions de manière correcte à l'évaluation de sixième. Manon qui a l'évaluation de sixième ne donnait aucun sens à l'écriture $96+\frac{2}{100}$ donne du sens à l'écriture $\frac{3}{10} + \frac{5}{100}$. Lucas et Océane n'ont pas su à l'évaluation de sixième associé 80,4 avec mais ont correctement associé 40,040 avec $\frac{40040}{1\ 000}$.

Je note quelques fonctionnements persistants : Chloé n'a pas su donné de sens au groupe de nombres dans l'évaluation d'entrée en sixième, elle en donnait cependant à la décomposition décimale, et ceci est confirmé ici, elle est très orientée décomposition décimale c'est même pour elle « l'écriture décimale la plus simple ». Vincent et Sofian n'ont pas su associé 80,4 avec 804/10 à l'évaluation de sixième, et dans ce contrôle également, Sofian écrit $40{,}040=\frac{40}{100}$ et Vincent écrit $40{,}040=\frac{40040}{10\ 000}$.

Conclusion

Pour répondre à la question où en sont mes élèves, il ne suffit pas de prendre en compte l'évaluation de sixième, mais bien de partir des différentes évaluations pendant l'année. Il est dommage que mes contrôles n'aient pas eu pour but d'évaluer la progression de mes élèves sur l'année par rapport à un objectif d'apprentissage essentiel.

III. 3 / Contenu des deux premières séances

Choix didactiques

La recherche théorique et expérimentale me permet de mieux comprendre l'ordre et les difficultés que vont rencontrer mes élèves pour ce chapitre. La construction des premières activités est alors guidées par l'objectif essentiel de faire comprendre à l'élève que la fraction est un nombre qu'elle est un quotient et que parfois l'écriture décimale ne peut que l'approcher ce nombre. J'ai souhaité suivre pour cette activité de démarrage une genèse historique (enfin presque !). Les fiches élèves présentant les différentes activités sont données en annexe 4.

Activité 1 : Nouvelle notation

Objectif : Faire le lien entre le nombre qui multiplié par b donne a, le quotient de la division décimale de a par b et l'écriture fractionnaire $\frac{a}{b}$. En outre cette activité permet de comprendre l'utilité d'introduire une nouvelle écriture pour désigner le quotient, en montrant les limites de l'écriture décimale. La distinction entre nombre entier, nombre décimal non entier et nombre rationnel non décimal est faite ici car il s'agit en vérité, d'introduire un nouveau nombre : le nombre rationnel.

Pré-requis : A l'école primaire, les fractions ont été introduites dans le but de mieux comprendre l'écriture décimale. Nous nous appuyons donc sur le lien déjà fait à l'école primaire et revu en sixième entre 0,1 et $\frac{1}{10}$. Nous nous appuyons également sur la notion de quotient introduite dans la séquence précédente « multiplication et division ».

Compétence du programme visée : Interpréter $\frac{a}{b}$ comme quotient de l'entier *a* par l'entier *b*, c'est à-dire comme le nombre qui multiplié par *b* donne *a*.

Activité 2 : Entre fraction et quotient

Objectif : Justifier que $\frac{2}{3}$ est bien le nombre qui multiplié par 3 donne 2. Ici est fait le lien entre la notion de fraction connue de l'élève ($\frac{2}{3}$ est 2 x $\frac{1}{3}$) et le quotient de la division de 2 par 3.

Pré-requis : La fraction $\frac{2}{3}$ correspond à « 2 fois $\frac{1}{3}$ » c'est-à-dire à « 2 parts sur 3 ». Une autre compétence de l'école primaire pré-requis de cette activité est [Men AppCM 2002] :

> *– Une unité de longueur étant fixée explicitement, construire un segment ou une bande de papier dont la mesure de la longueur est donnée sous la forme d'une fraction.*

Activité 3 : Approcher un quotient

Objectif : Montrer que l'écriture décimale sert à approcher les nombres rationnels non décimaux. Distinguer valeur exacte de valeur approchée. « Il s'agit de faire comprendre que certains nombres ne peuvent pas être exprimés de façon exacte sous forme d'écriture décimale limitée, mais peuvent être approchés d'aussi près qu'on veut par de telles écritures. » [Men AccCollegeNombre 2006]

Pré-requis : Compétence « Lire et compléter une graduation sur une demi-droite graduée : à l'aide de décimaux » acquise en début d'année.

Compétences du programme visée : Placer le quotient de deux entiers sur une demi-droite graduée dans des cas simples, Donner la valeur approchée décimale (par excès ou par défaut) d'un décimal à l'unité, au dixième, au centième près.

III. 4 / Description des deux premières séances

Première séance

Beaucoup d'élèves ont été arrêtés dès la deuxième question de la première activité, quel nombre multiplié à 10 donne 1. Ils ne savaient pas qu'il s'agissait de 0,1. Ici, il s'agit d'une connaissance que je pensais acquise. Il s'agit du premier lien entre le quotient et la fraction, il est naturel que cela pose problème. En effet, on met en avant une coïncidence que nous n'avions pas remarqué alors : le résultat de la division de 1 par 10 est 1/10 que l'on note également 0,1. Le problème s'est accru lorsque l'on a abordé la troisième question de l'activité 1. Ces problèmes sont prévus par l'enseignant. La séance était riche en échange, les élèves étaient tous concernés. Le problème se situe toujours dans la gestion de l'interaction.

Deuxième séance

Cette séance est la seule que je vais analyser par rapport à ma préparation. Ma préparation a-t-elle suffit à ce que ma gestion de classe soit meilleure ? Ai-je répondu aux questions ? Pour permettre cette analyse, M. Versac est venu prendre note de tous les échanges dans la classe, son travail est écrit dans l'annexe 5.

Questions prévues

J'avais prévu que cela allait leur poser problème de comprendre que $3 \text{ x } \frac{2}{3} = 2$, même si l'activité 2 le démontrait en passant par la mesure de segments, j'avais prévu une autre démonstration pour les plus réticents que j'ai eu l'occasion de faire :

$3 \text{ x } \frac{2}{3} = 6 \text{ tiers} = 2 \text{ x } \frac{3}{3} = 2 \text{ x } 1 = 2$

Questions imprévues

Chloé voit $3 \text{ x } \frac{2}{3} = 2$ après avoir vu AF = $3\text{x}\frac{2}{3}$ AB et AF = 2AB et se demande où il est passé le « de AB » ? Pas de réponse de l'enseignant.

Matthieu : mais $3 \text{ x } \frac{2}{3} = \frac{6}{9}$ Pas de réponse de l'enseignant.

Julian : Si c'était 4 : 3, ça ferait $\frac{4}{3}$? Réponse à côté de l'enseignant, cet élève voulait simplement que je le rassure et je suis repartie dans une explication un peu trop longue :

« Comment je fais pour trouver 3 x ? = 4 »

Evaluation diagnostique

Les exercices de l’évaluation diagnostique effectuée à la fin du chapitre sur le quotient de deux nombres entiers sont donnés dans l’annexe 6 et le bilan des résultats des élèves est donné en annexe 7.

Dans cette évaluation, les trois premières questions portaient sur des acquis de l’école primaire. Une première question vérifiait que la fraction en tant que proportion était bien comprise par tous. C’est le cas pour 19 élèves sur 23. Pour les quatre élèves restant, c’est presque le cas. J’ai souhaité également m’assuré dans ce contrôle que la notion de quotient était acquise en demandant de *donner les valeurs approchées aux dixièmes près des quotients suivants*. Un tiers des élèves ne semblent pas avoir acquis la notion de quotient, peut être qu’ils ont aussi été gênés par la consigne « les valeurs approchées » et n’ont donc pas traité la question.

Enfin, aux exercices 6 et 8, j’évalue si les élèves ont compris que le quotient est noté de manière exacte par une fraction. L’exercice 6 posant la question sous la forme « a x ? = b » a été très peu concluant : seulement 2 personnes ont répondu juste. La plupart ont donné des valeurs approchées. L’exercice 8 a été juste pour 7 personnes. M. Versac a soulevé la difficulté de cet exercice pouvait résider non pas dans le fait de savoir que la fraction est un nombre mais dans l’appellation « valeur exacte » qui n’est toujours pas claire pour ses élèves de troisième. J’en déduis que seulement un tiers de mes élèves ont acquis que la fraction représentait un nombre quotient.

L’exercice 7 me permet de vérifier d’une part que les élèves savent traduire un nombre décimal écrit en chiffre sous la forme fractionnaire et d’autre part que les élèves savent associer plusieurs fractions à un nombre. 18 élèves sur 23 savent au moins associer un nombre en chiffre à sa fraction décimale.

III. 5 / Bilan de l’expérimentation

Pour ma préparation de cours, il est évident que je me suis sentie en classe plus à même de répondre à leur questionnement une fois cette recherche bibliographique effectuée. Mes activités étaient plus riches en contenu mathématique. Les multiples participations de chacun montrent que l’activité les a intéressés. La gestion de classe cependant n’a pas trop changé dans le sens où il y a toujours de nombreuses questions en même temps.

La visite évaluative a permis de m’éclairer sur une gestion moins centrée sur l’enseignant. La tâche réalisée par l’élève est de compléter un texte à trous. La gestion de la classe est très centrée sur l’enseignant : il interroge les élèves, et donne la permission de s’exprimer. La tâche donnée à l’élève n’est pas assez libre. Pouvoir anticipé leur processus de fonctionnement ne veut pas dire qu’il ne faut pas les laisser libre d’avoir leur propre processus de fonctionnement face au problème. En outre, tous les fonctionnements ne peuvent pas se prévoir. D’autre part, l’élève n’a pas de temps de recherche écrite seul, tout se fait oralement avec l’enseignant. Ce qui est d’autant plus difficile à gérer que les remarques des élèves ne sont pas forcément bien réfléchies. L’idée proposée était de laisser un cadre où l’élève peut répondre aux questions comme il le souhaite. Je continue le texte à trous pour qu’ils aient une trace écrite de l’activité, mais laisse un temps de réflexion où l’élève peut répondre à la question dans le cadre. De ce fait, je varie le rythme des séances d’activités, et cela également est important.

Par rapport à l’évaluation diagnostique, ce mémoire m’a permis de réaliser combien il était difficile de faire des exercices où l’on évalue seulement une compétence. Les élèves sont souvent gênés par des éléments auxquels on ne pense pas qui brouille les conclusions de l’évaluation.

En outre, l’interprétation des évaluations m’a posé problème. Je suis toujours partagée entre l’interprétation personnelle et collective. Dans ce métier, il est nécessaire de faire les deux. En effet, il faut avoir une idée bien précise du fonctionnement d’un élève pour pouvoir interpréter ses difficultés, pour conseiller les parents par exemple. Il faut également avoir une idée claire sur le niveau de la classe pour pouvoir préparer notre séance. Cette double interprétation prend énormément de temps. Je regrette de ne pas y avoir consacré plus de temps.

Conclusion

Ce mémoire est une recherche sur le savoir enseigné en classe de sixième qui conduit naturellement à observer l’ordre d’enseignement, les obstacles au savoir que cet ordre implique, et les différentes conceptions erronées des élèves qui découlent de ces obstacles.

Ce mémoire constitue une part importante dans ma formation. C’est en effet quand on va de soi même vers le savoir pour mieux comprendre ce qui nous pose problèmes qu’on comprend le mieux ce savoir, qu’il est le plus constructif. Ce mémoire m’a aidé à comprendre ces problématiques liées à la recherche en didactique des mathématiques : quoi enseigner et dans quel ordre ? Comment enseigner ? Comment évaluer l’apprentissage ? Ce métier m’intéresse d’autant plus qu’il applique les résultats de recherches non complètement stabilisées.

Enseigner est un beau projet, difficile à atteindre, on y arrive bien souvent que partiellement, mais justement, on peut toujours s'améliorer.

Il est essentiel à la suite de ce mémoire de se poser la question : comment concrètement je peux exercer le métier d'enseignant avec le peu de temps qu'il m'est imparti pour la recherche bibliographique de chaque niveau. Tout d'abord, les difficultés que j'ai rencontré était dû surtout à un manque d'expériences. Avec l'expérience, les enseignants réussissent à comprendre les obstacles des élèves. Je pense alors qu'un enseignant expérimenté n'a pas besoin d'une recherche bibliographique trop poussée pour préparer sa séance. Cependant, il est clair que de nombreux enseignants ne lisent pas assez minutieusement le programme officiel. Certains points essentiels leur échappent. Heureusement, les livres scolaires se mettent à jour, et permettent aux enseignants qui les utilisent de comprendre le sens du programme. J'espère par la suite avoir le temps de continuer de me former à la didactique des mathématiques.

Bibliographie

[Bronner 1997]

Bronner Alain, *Les rapports d'enseignants de troisième et de seconde aux objets « nombre réel » et « racine carrée »,* Recherches en Didactique des Mathématiques, vol 17.3, p.55-80, La pensée sauvage éditions, 1997.

[Brousseau 1998]

BROUSSEAU Guy, *Théorie des situations didactiques (didactique des mathématiques 1970-1990),* Recherches en didactique des mathématiques, La pensée sauvage éditions, 1998.

[Charnay 2002]

Roland Charnay, *Pour une culture mathématique dès l'école primaire,* Bulletin de l'APMEP n°441, Septembre/Octobre 2002.

[CN APMEP 1993]

Comité national 21/06/92, *Connaissance des nombres calcul numérique,* Bulletin de l'APMEP n°387, Février/mars 1993.

[Douady 1986]

DOUADY Régine, *Jeux de cadres et dialectique outil-objet,* Recherche en didactique des mathématiques, vol 7.2, p.5-31, La pensée sauvage éditions, 1986.

[Fenichel 2005]

Fénichel Muriel, Nathalie Pfaff, *Donner du sens aux mathématiques, tome 2 Nombres, opérations et grandeurs*, Collection Formation des enseignants – Professeur des écoles, Bordas pédagogie, 2005.

[Men Prog6 2005]

Ministère de l'Education Nationale, de l'Enseignement Supérieur et de la recherche, direction de l'enseignement scolaire, *Mathématiques, classe de sixième*, Collection Textes de référence - Collège, Programmes, applicable à la rentrée 2005, CNDP juin 2005.

[Men AccEcole 2005]

Ministère de l'Education Nationale, de l'Enseignement Supérieur et de la recherche, direction de l'enseignement scolaire, *Mathématiques Ecole Primaire*, Collection Ecole, Documents d'accompagnement des programmes, applicable à la rentrée 2003, CNDP février 2005.

[Men AccCollegeCalcul 2007]

Ministère de l'Education Nationale, de l'Enseignement Supérieur et de la recherche, direction de l'enseignement scolaire, *Le calcul numérique au collège*, Projet de document d'accompagnement, Eduscol janvier 2007.

[Men AppCM 2002]

Ministère de l'Education Nationale, de l'Enseignement Supérieur et de la recherche, direction de l'enseignement scolaire, *Mathématiques cycle des approfondissements (cycle 3)*, Collection Ecole, Documents d'application des programmes, applicable à la rentrée 2002, CNDP juillet 2002.

[Men AccCollegeNombre 2006]

Ministère de l'Education Nationale, de l'Enseignement Supérieur et de la recherche, direction de l'enseignement scolaire, *Les nombres au collège*, Projet de document d'accompagnement, Eduscol juillet 2006.

[Vergnaud 1990]

VERGNAUD Gérard, *La théorie des champs conceptuels*, Recherches en Didactique des Mathématiques, Volume 10.2, p.133-170, La pensée sauvage éditions, 1990.

Annexes

Annexe 1 : Bilan de l'évaluation de sixième sur comprendre l'écriture décimale

	Désigner par écrit des nombres entiers naturels	Déterminer la valeur de chacun des chiffres composant une écriture à virgule, en fonction de sa position	Passer pour un nombre décimal, d'une écriture fractionnaire (fractions décimales) à une écriture à virgule (et réciproquement)	
	Exo 18 /4	Exo 15 /1 : **$96+\frac{2}{100}$**	Exo 13 /1 : **80,4**	Exo 26 /1: **$\frac{724}{100}$**
Nolwen	OK	96,200	N	72,4
Melissa	3	OK	OK	OK
Anaïs	2	N	N	N
Marie-Mélanie	OK	OK	OK	OK
Amalia	2	96,200	$\frac{804}{100}$	724,100
Julian	OK	96,200	OK	OK
Matthieu	OK	96,200	$\frac{804}{100}$	0,724
Lucas	OK	OK	$\frac{804}{100}$	72,4
Océane	2	OK	$\frac{804}{100}$	OK
Sandy	2	96,200	OK	724,100
Lisa	OK	OK	OK	OK
Thomas	OK	OK	$\frac{804}{100}$	0,724
Robin	OK	N	N	N
Sofian	OK	OK	N	72,4
Melissa	OK	96,200	$\frac{804}{1000}$	724,100
Rafaelle	OK	96,200	$\frac{804}{100}$	724,100
Vincent	3	N	N	N
Jérémy	OK	OK	OK	0,724
Dany	OK	OK	$\frac{80}{4}$	724,100
Axel	OK	962,100	OK	724,100
Chloé	OK	OK	N	N
Nadia	OK	N	N	0,724
Manon	2	962,100	$\frac{80}{4}$	OK

Annexe 2 : Enoncé des exercices de l'évaluation de sixième

Exercice 15

Compétence : Déterminer la valeur de chacun des chiffres composant une écriture à virgule, en fonction de sa position.

Parmi les écritures ci-dessous, entoure celle qui est égale à $96+\frac{2}{100}$

96,200 *962,100* *296* *96,02* *98,100*

Exercice 13

Compétence : Passer pour un nombre décimal, d'une écriture fractionnaire (fractions décimales) à une écriture à virgule (et réciproquement) 80,4

Entoure la fraction égale à 80,4

$\frac{804}{100}$ $\frac{80}{4}$ $\frac{84}{10}$ $\frac{804}{10}$ $\frac{804}{1000}$

Exercice 26

Compétence : Passer pour un nombre décimal, d'une écriture fractionnaire (fractions décimales) à une écriture à virgule (et réciproquement)

Entoure le nombre égal à la fraction $\frac{724}{100}$

0,724 *7,24* *72,4* *724,100* *72 400*

Exercice 35

Compétence : Connaître et utiliser des écritures fractionnaires et décimales de certains nombres

Parmi ces quatre nombres, deux sont égaux. Entoure-les.

0,25 *0,4* *1,4* $\frac{1}{4}$

Exercice 29

Compétence : Comparer des nombres décimaux et utiliser les signes < et >

Encadre $\frac{385}{10}$ *par deux nombres entiers consécutifs*

…………. $< \frac{385}{10} <$ ……………

Encadre $12 + \frac{5}{100}$ *par deux nombres entiers consécutifs*

………….. $< 12 + \frac{5}{100} <$ …………..

Annexe 3 : Contrôle du 26/09/06

Dans le nombre 1046,57

4 est le chiffre des ………..

6 est le chiffre des ………..

5 est le chiffre des …………

Donner la partie entière du nombre 1345 …………….

Donner la partie décimale du nombre 1345 ……………

Est-ce que 1 dixième est égal à 10 centièmes ? VRAI ou FAUX

Donner l'écriture décimale la plus simple : 40,040 = ………..

Décomposer le nombre 134,35 en séparant sa partie entière de sa partie décimale

……………………………………………………………….

Ecrire le nombre : un million six cent quatre-vingt-dix mille cinq et douze centièmes

…………………………………………………………

Ecrire le nombre en lettres : 4 200,03

……………………………………………………………………………..

Annexe 4 : Fiche élève expérimentation fraction et quotient

Activité 1 : une nouvelle notation

a) 2 x ? = 10 Quel est le nombre qui multiplié par 2 donne 10 ?

Réponse : ……..

Ecrire l'opération qui a pour résultat le nombre cherché ? ……….…..…

Compléter : …….. est le ……………..………. de la division de 10 par 2.

………… est un nombre ………….………………..

b) 10 x ? = 1 Quel est le nombre qui multiplié par 10 donne 1 ?

Réponse : ……….

Compléter le tableau :

	Ecriture en lettres	Ecritures décimales	Ecritures fractionnaires
Réponse	……………………..	………………………	———
Calcul	Dix ….………. font …..	10 x ………. = 1	10 x ——— = 1

Ecrire l'opération qui a pour résultat le nombre cherché ? ……….…..…

Compléter : ….…… est le ……………………………de la division de 1 par 10.

……… est un nombre ……………. qui n'est pas un nombre ………………..

c) 3 x ? = 2 Quel est le nombre qui multiplié par 3 donne 2 ?

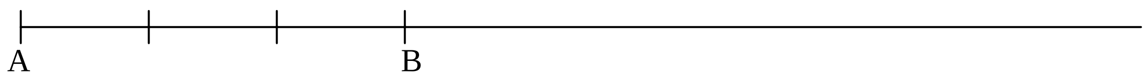
Réponse : ……….

Ecrire l'opération qui a pour résultat le nombre cherché ? ……………..…

Compléter : …………. est le ………………………… de la division de 2 par 3.

…….. est un nombre ………………. qui n'est pas un nombre …………………..

Activité 2 : Entre fraction et quotient



a) Placer le point E sur le segment [AB] pour que le segment [AE] représente les deux tiers du segment [AB].

On dit aussi que la longueur AE est égale à $\frac{2}{3}$ de la longueur AB.

On écrit AE = $\frac{2}{3}$ AB

b) Placer le point F sur la demi-droite [AB) tel que AF = 3 x $\frac{2}{3}$ AB

En déduire plus simplement : AF = …….. AB

Activité 3 : Approcher un quotient

a) Poser la division de 2 par 3

Le quotient de la division de 2 par 3 a pour valeur exacte : …………..

Une valeur approchée arrondie au centièmes de ce quotient est : ………..

b) Poser la division de 5 par 9

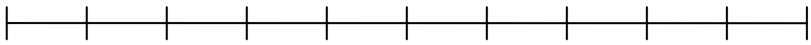
Le quotient de 5 par 9 a pour valeur exacte : …………

Une valeur approchée par défaut au centième de ce quotient est : ………….

c) Poser la division de 9 par 20

Le quotient de la division de 9 par 20 a pour valeur exacte : …………..

d) Placer approximativement ces quotients sur la règle graduée ci-dessous :



0 **1**

Annexe 5 : Deuxième séance sur « Quotient de deux nombres entiers »

Activité 2 (fin)

P : Qu'avez-vous retenu de la première séance ?
Axel : Comment on a fait des divisions à trous
Elève : Nouvelle notation
P : Quelle était cette nouvelle notation ?
Elève : deux tiers
Elève : 0,666…
Anaïs : deux tiers est un nombre rationnel
Chloé : Pourquoi $\frac{2}{3}$ est égal à 0,66… ?
P : Qu'est ce qui est égal à 0,66… ?
Melissa : 2 divisé par 3
P : On va voir dans l'activité 2 pourquoi $\frac{2}{3}$ revient à faire 2 : 3
AF = 3 x $\frac{2}{3}$ AB
Chloé : AB c'est $\frac{3}{3}$, puis 2 on peut en prendre 3
Chloé : 3x$\frac{2}{3}$ = $\frac{6}{3}$
P écrit AF = $\frac{6}{3}$ AB
P : B est comment par rapport au segment [AB] ?
Elève : C'est son milieu
P : Donc AF vaut combien de fois AB ?
Julian : AF = 2 x AB
Matthieu : mais 3 x $\frac{2}{3} = \frac{6}{9}$
P : Que conclure entre 3 x $\frac{2}{3}$ et 2 ?
Sandy : c'est pareil
Chloé voit 3 x $\frac{2}{3}$ = 2 et se demande où il est passé le « de AB » ?
P : 3 x $\frac{2}{3}$ = 6 tiers = 2 x $\frac{3}{3}$ = 2 x 1 = 2
Julian : Si c'était 4 : 3, ça ferait $\frac{4}{3}$?
P : Comment je fais pour trouver 3 x ? = 4
Aucun élève ne répond
P : 2 x ? = 10
Petra : 2 : 10
Elève : Non 10 : 2 ça fait 5

Activité 3

a)
P : Quelle est la valeur exacte de 2 : 3 ?
Anaïs : c'est 0,6666…
P : Non c'est $\frac{2}{3}$
Melissa : 0,7
P : 3 x 0,7 ça fait combien ?
Elève : 2,1
Elève : 0,667
P : 3 x 0,667 ça fait combien ?
Marion : 0,2001€
Petra : l'arrondi au centième est 0,67

b)
Lisa : Quelle est la valeur exacte du quotient de 5 par 9 ? $\frac{9}{5}$
P pose la potence et écrit 9 x ? = 5
Chloé passe au tableau pour diviser 5 par 9
C'est impossible de diviser 5 par 9
P Valeur approchée ?
Petra : 0,56

c)
Vincent pose la division de 9 par 20 au tableau
Combien de fois 20 dans 9, 0 fois.
Vincent : 9 il est encore là
P : 9 unités, ça fait 90 dixièmes, combien de fois 20 dans 90 pour savoir le chiffre des dixièmes.
P : Valeur exacte 0,45

P : Comment on complète ici : $\frac{5}{9}$? 0,56

Elèves : signe <

P : signe ≈

d)

Elève vient placer 9/20

Axel place 5/9

Lucas : mais 2/3 c'est 2 cases

P : on a partagé en 10 pas en 3

Dans le cahier de cours on note : [cours très largement inspiré du chapitre 6 du cours de l'IREM de Strasbourg http://irem2.u-strasbg.fr/spip/article.php3?id_article=56]

Quotients de deux nombres entiers

Soit a et b deux entiers où b est non nul.

1. Nouvelle notation

Définition : Le quotient d'une division de a par b est le nombre qui multiplié par b donne a.

La valeur exacte de ce quotient est notée par $\frac{a}{b}$ ← Numérateur ← Dénominateur

En langage mathématique : b x $\frac{a}{b}$ = a

Le quotient peut être un nombre décimal	Le quotient peut être un nombre non décimal
Exemple : $\frac{7}{20}$ est un nombre décimal (la division décimale se termine) $\begin{array}{r\|l} 7 & 20 \\ \hline 70 & \\ 100 & 0,35 \\ 0 & \end{array}$	Exemple : $\frac{17}{6}$ n'est pas un nombre décimal (la division décimale ne se terminera jamais) $\begin{array}{r\|l} 17 & 6 \\ \hline 50 & \\ 20 & 2,83 \\ 2 & \end{array}$

P : Définition : le quotient de la division décimale de a par b est le nombre…

Axel : multiplié par

P : qui multiplié par b donne a

P : La valeur exacte de ce quotient est noté a/b (oralement comme une fraction)

Lucas : je comprends pas

Annexe 6 : Questions de l'évaluation sur fraction en tant que nombre

Exercice 6 : 1 point
Compléter par la valeur exacte :
3 x ….. = 4 7 x ….. = 5

Exercice 7 : 4 points
Donner au moins **deux** écritures fractionnaires différentes des nombres suivants

0,4 =

5,55 =

12,4 =

0,5 =

Exercice 8 : 1,5 points
Donner les valeurs exactes des quotients suivants :

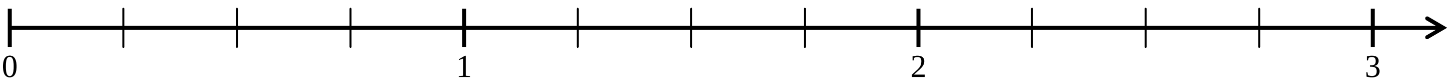
Le quotient de la division de 3 par 7 =

Le quotient de la division de 2 par 9 =

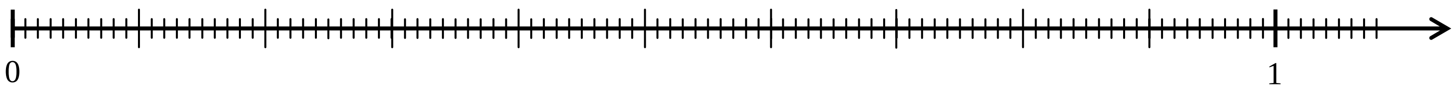
Le quotient de la division de 5 par 3 =

Exercice 10 : 4 points

a. Placer sur l'axe gradué les nombres : $\frac{2}{4}$; $\frac{7}{4}$; $\frac{4}{4}$; $\frac{1}{2}$:



b. Placer sur l'axe gradué les nombres : $\frac{7}{10}$; $\frac{36}{100}$; $\frac{2}{5}$; $\frac{3}{4}$



Exercices bonus

Dire si les nombres suivants sont des nombres entiers, des nombres décimaux non entiers ou des nombres rationnels non décimaux :
2/3 ……………………………………..…………
0 …………………………………………………
5 ………………………………………..………
0,6 ……………………………………………..

Annexe 7 : Bilan des résultats de l'évaluation sur fraction en tant que nombre

Contrôle Quotient	Exo6 Valeur exacte ax?=b	Exo 7 2 fractions pour un nb /4	Exo 8 Valeur exacte quotient	Exo 10 Compléter Règle grad /4	Exo Bonus Nom nombre /2	Evaluation6eme
Nolwen	0	0	0	0	1.5	
Melissa A.	0	2	0	1		
Anaïs	0	0	OK	1	1.5	
Marie-Mélanie	0	OK	OK	OK		
Amalia	0	0	0	2		
Julian	0	2	0	1.5	0.25	
Matthieu	0	2.5	OK	1.5	1.5	
Lucas	0	OK	OK	3	1	
Océane	0	OK	0	1.5	1.5	
Sandy	0	2.5	0	2	1.5	
Lisa	OK	OK	OK	3.5		
Thomas						
Robin	0	2	0	0	1	
Sofian	0	2.5	0	2.5	1	
Melissa F.	OK	1	0	1.5		
Rafaelle	0	2	0	1.5	0.25	
Vincent	0	2	0	0	1.5	
Jérémy	0	0	0	1	1.5	
Petra	0	1	0	1.5	1	inconnue
Dany	0	2	0	2	1	
Axel	0	2.5	OK	2	1	
Chloé	0	2	OK	2.5	0.25	
Nadia	0	2	0	1	0.5	
Manon	0	0	0	2	1.5	