

I. U. F. M
Académie de Montpellier
Site de Perpignan

PICARD Jocelyn

COMMENT FAIRE POUR QUE LES ELEVES COMPRENNENT ET UTILISENT LE LANGAGE MATHEMATIQUE ?

Contexte du mémoire :

Mathématiques

Classes de 6^e

Collège des Albères, ARGELES SUR MER

Tuteur du mémoire : Philippe Coumel

Année universitaire : 2006 - 2007

Dans ce mémoire, nous avons étudié quelles étaient les sources des difficultés des élèves avec le langage mathématique et proposé quelques activités pour y remédier dans le cadre précis de la géométrie.

In this research, we have studied the reasons why pupils have difficulty using mathematical language and suggested some geometrical works in order to help them to find solutions for it.

SOMMAIRE

- INTRODUCTION 4
- CONSTATATIONS A L'ORIGINE DE CE MEMOIRE 5
 - o Erreurs de langage dès les premiers cours
 - o Regard sur les évaluations de début d'année
 - o Difficultés avec la géométrie « de base »
 - o Premières conclusions
- INVENTAIRE DES DIFFICULTES LIEES AU LANGAGE EN MATHS 10
 - o Le lexique
 - o Les signes symboliques
 - o La morphologie et la syntaxe
 - o La polysémie des mots, le langage courant
 - o Un style rigoureux
 - o Le référent mathématique
 - o Différents types de textes
 - o Autres supports que du texte
 - o Lecture « en diagonale » impossible
- QUELLES PISTES POUR REMEDIER A CES DIFFICULTES ? 16

- EXPERIMENTATIONS LORS DE LA PRATIQUE EN CLASSE

19

- Première activité proposée en classe
- Deuxième activité proposée en classe
- Troisième activité proposée en classe
- Quatrième activité proposée en classe

- BILAN DE CE TRAVAIL

36

- ANNEXES

- BIBLIOGRAPHIE

INTRODUCTION

J'enseigne depuis septembre les mathématiques au collège des Albères à Argelès. Je suis responsable d'une classe de 6^e et donne également des cours de soutien à d'autres élèves de 6^e ainsi qu'à des 3^e. De plus, j'effectue mon stage de pratique accompagnée au collège Joseph Sébastien Pons à Perpignan, établissement classé « ambition réussite », où j'ai pu observer des élèves d'un niveau plus faible.

Même s'il est de tradition de séparer les matières littéraires des disciplines scientifiques, j'ai toujours été d'avis que l'on ne peut réussir dans l'une de ces catégories en négligeant l'autre. Notamment, je pense qu'on ne peut être un bon scientifique si l'on est incapable de s'exprimer de façon correcte en français. Ainsi, en découvrant le programme de mathématiques de sixième, j'ai apprécié que soit souligné très clairement le fait que les mathématiques sont une discipline d'expression :

« Les mathématiques participent à l'enrichissement de l'emploi de la langue par les élèves, en particulier par la pratique de l'argumentation. Ainsi que d'autres disciplines, les mathématiques ont en charge l'apprentissage de différentes formes

d'expression autres que la langue usuelle (nombres, figures, graphiques, tableaux, schémas...) [...] L'objectif est d'entraîner les élèves à mieux lire et comprendre un texte mathématique et aussi à produire des textes dont la qualité est destinée à être l'objet d'une amélioration progressive »

Le sujet de mon mémoire est donc le suivant : **Comment faire en sorte que les élèves comprennent et utilisent le langage mathématique ?**

Nous examinerons tout d'abord quelles sont les différentes activités de ma pratique d'enseignant (et les constatations et interrogations qui en ont suivies) qui m'ont amené à étudier en détail ce sujet.

Ensuite, à l'aide de plusieurs écrits (livres, articles...) traitant de pédagogie et de la pratique des mathématiques, nous essaierons de voir quelles sont les causes des difficultés rencontrées par les élèves et tenterons de dégager quelques pistes et idées pour y remédier.

Dans une troisième partie, nous verrons et analyserons quelques exemples de travaux proposés en classe ayant pour but de montrer aux élèves la nécessité de l'utilisation d'un langage propre aux mathématiques.

Enfin, je dresserai un bilan de ce travail en rappelant les progrès effectués tout au long de l'année par les élèves.

CONSTATATIONS A L'ORIGINE DE CE MEMOIRE

1.1 Erreurs de langage dès les premiers cours

J'ai décidé de débiter l'année par un chapitre « classique », guère propice aux erreurs, à savoir les nombres décimaux.

Pour commencer cette séquence, j'avais proposé une activité dont les premières questions étaient les suivantes : « Qu'est ce qu'un chiffre et qu'est ce qu'un nombre ? Il y a-t-il une différence ? Si oui, laquelle ? »

Après avoir laissé aux élèves un petit temps de réflexion, j'en interroge certains pour qu'ils me proposent leur réponse. Voici quelques productions d'élèves :

- « Un chiffre, c'est un numéro. Un nombre, c'est pareil mais avec plus de numéros. »
- « La différence entre un chiffre et un nombre, c'est qu'un nombre, c'est plus grand qu'un chiffre »
- « Un nombre, ça s'écrit avec plusieurs chiffres »
- « Un chiffre, c'est 4 et un nombre, c'est 91 »

Quand on en vient à leur demander ce qu'est un nombre décimal, voici ce qu'ils disent :

- « c'est un nombre avec des virgules »
- « c'est un nombre à virgule »
- « c'est un nombre qui n'est pas entier »
- « c'est quand il y a des nombres après la virgule »
- « un nombre décimal, c'est 14,2 »

Il apparaît dans ces réponses que pour nombre d'élèves, la différence n'est pas évidente ; rares sont ceux qui font directement l'analogie « chiffres – nombres » et « lettres – mots ». Certains ont même utilisé le mot « numéro », terme qui n'a pas de sens mathématique. Quelques uns ne font pas la différence entre un exemple et une définition. Et puis on peut remarquer que tous ne font pas très attention à ce qu'ils disent (des virgules alors qu'ils pensent une virgule).

Les questions qui débouchent de cette première activité sont :

- 1) Est il normal que si peu d'élèves trouvent la bonne réponse ?
- 2) Pourquoi utilisent ils un mot qui ne sert pas en mathématiques ?
- 3) Pourquoi les élèves ont tant de mal à formuler ce qu'ils pensent ?

1.2 Regard sur les évaluations de début d'année

1.2.1 En calcul numérique

Les tests de la rentrée 2006 montrent que mes élèves n'ont pas de grosses lacunes en calcul, que ce soit en addition, soustraction, multiplication et division. Evidemment, le calcul mental est un peu moins réussi que le calcul posé...

Mais l'exercice qui a posé le plus problème (et de loin), c'est l'item 19. (voir annexes).

Alors que sur l'ensemble des évaluations, les résultats de la classe sont aux alentours de 72%, seulement 6 élèves sur 23 ont répondu correctement à toutes les questions, presque la moitié de la classe (11 enfants) a donné moins de 3 bonnes réponses et 5 ont même l'exercice complètement faux.

Il s'agissait de remplir des trous par des mots tels que « la moitié », « le double », « le quart », « le tiers », « le triple »...

Il est assez intéressant de constater que dans la très grande majorité des cas, l'erreur ne vient pas d'un calcul mais d'une faute de vocabulaire. En effet, les élèves reconnaissent souvent le coefficient multiplicateur entre les deux nombres mais ils se trompent sur le mot et mettent par exemple « le triple » quand il s'agit du tiers et vice-versa...

1.2.2 En géométrie

Lors des évaluations de septembre, certains exercices traitaient explicitement de connaissances géométriques. (voir annexes).

Le premier demandait d'effectuer des tracés de droite, de parallèle, de perpendiculaire et de cercle.

Il ressort des erreurs des élèves que :

- tous ne maîtrisent pas les caractéristiques de certains objets mathématiques et confondent droite, demi-droite et segment.
- parallèle et perpendiculaire sont des notions fréquemment mélangées.
- la dernière question (tracé d'un cercle connaissant son diamètre) est la moins réussie, beaucoup tracent le cercle de centre C de rayon A ou l'inverse.

Le second demandait de reconnaître des parallèles et des perpendiculaires.

Dans celui-ci, outre la confusion parallèle – perpendiculaire, les erreurs (qui sont plus rares que dans l'item 16) classiques sont d'assimiler perpendiculaire à verticale et parallèle à horizontale.

1.2.3 Bilan de cette étude

L'exercice 19 montre de façon flagrante à mon avis que les difficultés mathématiques ne sont pas uniquement des problèmes de calculs. La non connaissance et la non compréhension du vocabulaire employé dans cette matière peut aussi en être la cause.

On le voit aussi dans les items consacrés à la géométrie quand des élèves ne font pas la différence entre des mots comme diamètre et rayon ou comme parallèle et perpendiculaire ou encore quand ils assimilent perpendiculaire et vertical, parallèle et horizontal...

C'est pourquoi on peut à mon avis reprocher aux tests de cette année (contrairement à certains précédents) de ne pas proposer d'exercices sollicitant l'emploi de vocabulaire précis par les élèves. Un problème où il est demandé de décrire une figure aurait été intéressant il me semble...

1.3 Difficultés avec la géométrie « de base »

Dans la plupart des progressions en 6^e, la première leçon de géométrie est celle traitant de l'utilisation de la règle et du compas. Celle que nous avons conjointement programmée avec mon tuteur n'y dérogeant pas, j'ai commencé par voir avec mes élèves tout ce qui est définitions et notations de base dans la géométrie (droite, segment, cercle etc....)

En préparant cette séquence, je redoutais que ce soit une leçon catalogue qui n'intéresserait pas les élèves, habitués à manipuler ce genre d'objets. Je pensais donc que ce chapitre serait une formalité et que je pourrais aborder relativement rapidement le suivant.

Et bien je me trompais complètement.

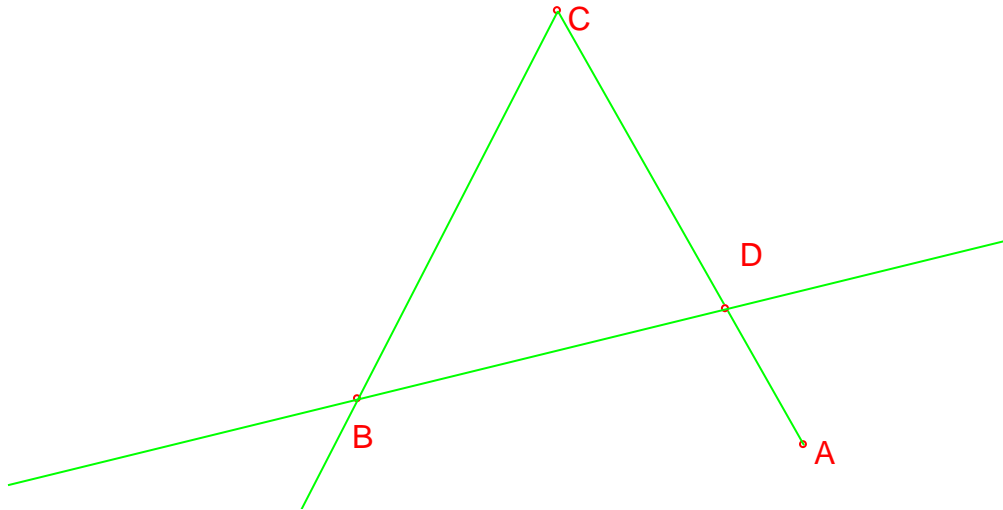
Comme je le fais souvent, avant d'écrire une définition, je sonde les élèves de manière à ce que ce soit la « leur » (je les guide vers la réponse exacte) que l'on inscrive sur le cahier de leçon. Et que ce soit pour la notion de droite, de segment ou de cercle, ce fut un travail de longue haleine.

Premièrement, les termes « traits » et « ronds » pour désigner des droites ou des cercles étaient présents dans beaucoup d'esprit. Pour faire l'analogie, il fut plus difficile à leur faire comprendre que ces mots ne s'utilisent pas en mathématiques que pour leur faire oublier cette idée de numéro pour les chiffres... Encore aujourd'hui, ce n'est pas acquis par tous...

Ensuite, les notations, codages de segment, droite, demi-droite ou longueur à l'aide des parenthèses et autres crochets était ignorée par l'ensemble de la classe. Même après de nombreux exercices sur le sujet, l'utilisation de ces notations ainsi que les différences entre des termes comme « milieu » et « centre » ne sont pas assimilées par tout le monde...

Voyons ceci avec un exemple.

Lors du premier devoir surveillé leur a été proposé la figure suivante. On demandait aux élèves d'écrire une consigne permettant de tracer la figure qu'ils avaient sous les yeux.



Bien que sur la figure apparaissent très clairement les points, absolument aucun élève n'a commencé sa réponse par « placer trois points A, B et C non alignés ».

Beaucoup ont écrit « Tracer une droite (C) » ou « tracer deux droites (C) » puisque le point C est un point central de la figure.

Une autre erreur fréquemment répandue est « tracer une droite BD qui mesure 5 cm » afin de dire qu'il fallait tracer une droite (BD) et que l'écart entre les deux points est de 5 cm.

En règle générale, d'ailleurs, les élèves ont attaché une très grande importance aux longueurs (sur quelques copies, toutes sont données) mais ont négligé les objets mathématiques que sont les droite, segment et demi-droite...

1.4 Premières conclusions

A la suite de ces différentes expériences personnelles, il m'a semblé intéressant de se pencher sur les questions suivantes :

- d'où proviennent toutes ces confusions dans les termes employés ?
- pourquoi les élèves ont-ils tant de difficultés à utiliser un vocabulaire adapté ?
- est ce le langage mathématique qui est difficile à intégrer ?
- ces difficultés à s'exprimer se retrouvent elles en français ?
- comment faire pour que les élèves réussissent à l'avenir des exercices tels que rédiger un programme de construction ?

Il m'est donc clairement apparu la nécessité de me documenter pour voir quelles pistes étaient à ma disposition pour résoudre ces problèmes d'utilisation du langage mathématique par les élèves.

INVENTAIRE DES DIFFICULTES LIEES AU LANGAGE EN MATHEMATIQUES

Le passage de l'école primaire au collège s'accompagne d'une rupture importante : la part de l'écrit y est nettement plus grande. Un exemple : jusqu'en CM2, la plupart des consignes sont lues à voix haute par l'enseignant alors que dès la 6^{ème}, il arrive fréquemment que l'élève soit seul devant un énoncé.

En mathématiques s'ajoute la complexité de la découverte d'un langage propre à la matière.

Voici donc un inventaire (qui ne se veut pas exhaustif) des difficultés liées au langage mathématique que peuvent rencontrer les élèves lors de leur passage au collège et au lycée.

1 Le lexique

- des mots monosémiques, qui appartiennent strictement au domaine des mathématiques comme par exemple abscisse, ordonnée, hypoténuse, équilatéral, orthogonal etc...
- des mots dont le sens premier est mathématique mais qui sont entrés dans d'autres domaines de manière imagée (équation de la personnalité, vecteur d'une information...)
- des mots « courants » suivis d'un mot qui les détermine et qui donc donne un sens bien particulier (identité remarquable, application linéaire, nombre rationnel, réduire une fraction...)
- des locutions a priori banales qui servent à articuler le raisonnement (on pose, on a, on obtient, il vient...)

Cette courte liste montre bien la nécessité de s'approprier la signification exacte d'une partie du lexique utilisé pour comprendre un énoncé mathématique.

2 Les signes symboliques

On utilise en mathématiques de nombreux symboles qui sont propres à cette discipline :

- des signes originaux : $\leq; \geq; \forall; \exists; \in; \cup; \subset; \perp; \Sigma; \Rightarrow$
- des abréviations : m/s ; kW/h ; hg....
- des signes dont le graphisme est utilisé dans d'autres types de textes :
 - o des lettres : a ; x ; D...
 - o des lettres d'un autre alphabet : $\Pi; \Delta; \Psi$...
 - o des chiffres : 1 ; 2 ; 3....

Ici ces signes ont un sens métonymique (ils désignent une réalité par une autre ayant une relation logique avec elle ; autre exemple : un œil attentif). Ceci réclame qu'on se décentre de ce qui est écrit pour entendre plus que ce qui est écrit.

Certains signes sont polysémiques donc il y a des conventions à apprendre. Par exemple, + et - sont soit signe d'opérations soit signe de nombres relatifs. Certains signes ont des utilisations multiples : une lettre peut selon le contexte définir un point, un cercle, une abscisse, une mesure, une inconnue...

3 La morphologie et la syntaxe

Le langage mathématique privilégie certaines « tournures » :

- l'utilisation des déterminants. Singulier ou pluriel, défini ou indéfini, ce détail est d'une extrême importance.
 - o « un nombre k impair » : on envisage un (et pas deux) nombre partiellement indéfini
 - o « soit un triangle ABC », il s'agit d'un triangle quelconque... mais « le triangle ABC » même s'il est quelconque, c'est celui que l'on a à côté...

- « un rectangle est aussi un parallélogramme » : il ne faut pas traduire les « un » par « n'importe quel »
 - « la médiatrice d'un segment est la droite qui ... » : le 1^{er} « la » donne au nom qui suit une valeur générique mais le second insiste sur l'unicité...
- des tournures organisant la logique :
- donc ...
 - si ... alors ...
 - or...
 - ainsi...
 - utilisation du participe présent

Ces articulations sont malheureusement peu utilisées dans les productions d'élèves car ils ne les jugent pas pertinentes.

- la ponctuation.

Certains éléments de ponctuation comme les : et ; sont souvent utilisés dans les écrits mathématiques. Mal perçus par les élèves, on les retrouve que trop rarement sur les copies. A l'inverse, les élèves usent et abusent du signe = à tel point que certaines phrases n'ont plus de sens ou en deviennent complètement fausses...

4 La polysémie des mots et le langage courant

Si parfois le langage courant aide à la compréhension comme pour des notions telles que l'ordre croissant ou le centre d'un cercle, dans la plupart des cas malheureusement il a pour effet de brouiller la compréhension.

Quelques exemples :

- une hauteur en maths n'est pas nécessairement verticale.
- un sommet peut être orienté vers le bas en mathématiques.
- on parle des chiffres du chômage alors qu'il s'agit de nombres.
- dans le langage courant « inverse » et « opposé » sont quasiment des synonymes alors que ce sont des choses complètement différentes en mathématiques.
- la locution « si ... alors ... » a valeur d'équivalence dans le quotidien alors qu'en mathématiques, il s'agit uniquement que d'une implication dans un seul sens.
- ce à quoi renvoie un pronom relatif se comprend aisément dans le langage courant, pas nécessairement en mathématiques
 - o dans la phrase « c'est le chapeau de Max qui s'envole » il ne fait aucun doute que c'est le chapeau et non Max qui s'envole
 - o par contre, « prendre un réel, lui ajouter deux et diviser le résultat obtenu par le carré du nombre initial auquel on a ajouté un » peut s'écrire $\frac{x+2}{x^2+1}$ ou $\frac{x+2}{(x+1)^2}$

De plus, (comme dans le langage courant) il arrive qu'un mot ait un sens différent suivant la façon dont il est employé.

Par exemple, « diamètre » ou hauteur » désigne soit un segment soit la mesure de celui-ci.

Le mot carré s'interprète différemment en géométrie ou en numérique même s'il existe un lien entre les deux idées

Un autre point de difficulté est le suivant : la langue naturelle, lorsqu'elle intervient en mathématiques, abandonne les règles de la logique naturelle pour utiliser la logique formelle.

En effet, le panneau « ouvert le dimanche » signifie pour un passant « ouvert le dimanche, en plus des autres jours » si cet écriteau se trouve sur la porte

d'un commerce ou bien encore « ouvert seulement le dimanche » s'il s'agit d'une église ; en revanche, dans un contexte mathématique, « ouvert le dimanche » ne donne aucune indication sur les autres jours.

Un élément à prendre en compte aussi est le vécu de l'élève. Les mots qu'il utilise viennent de ce qu'il a appris par le passé et cela peut engendrer quelques erreurs. Un exemple pour illustrer cette idée est quand un élève dit « rond » à la place de « cercle ». Dans sa vie, il a d'abord appris des formes (rond, carré...) et non des mots comme « cercle » ou « perpendiculaire ». Certains élèves n'ont pas encore franchi l'étape qui consiste à reconnaître la forme puis ensuite y assimiler le terme adéquat.

5 Un style rigoureux

Dans un texte mathématique, il n'y a guère de place pour les fioritures. On ne trouve pas de métaphores, il n'y a pas de suggestion...

6 Le référent mathématique

La lecture se complexifie du fait que tel mot ne doit pas être lu seulement pour ce qu'il désigne, ici à la page du manuel, mais aussi pour tout ce qui lui est rattaché (propriétés, relations...)

7 Lecture de différents types de textes

- descriptif : accompagnant une figure
- informatif : énoncés de théorèmes, lois, règles

- explicatif : preuve, démonstration
- injonctif : énoncé d'exercices
- narratif dans certains problèmes

8 Lecture d'autres supports que du texte

- tableaux
- schémas
- figures
- graphes

9 Lecture « en diagonale » impossible

Il faut dépasser le stade de la lecture superficielle et se construire une représentation de la situation sous peine de répondre faux à l'exercice comme le montrent les cas de figure suivants :

- deux énoncés semblables et complètement différents

« Un parking dispose de 3 niveaux de 123 places chacun. Combien de voitures peuvent stationner dans ce parking ? »

« Un parking dispose de 123 places sur 3 niveaux. Combien de voitures peuvent stationner par niveaux ? »

- des énoncés avec des mots inducteurs trompeurs

« Brice paye un pantalon 49 € car il a bénéficié d'une réduction de 10 €. Quel est le prix normal ? »

En guise de conclusion de ce paragraphe, on peut dire que lire des textes mathématiques nécessite des savoir-faire spécifiques (connaissance du vocabulaire, abandon progressif de la logique naturelle pour la logique formelle, capacité à repérer et trier les informations...).

Il ne suffit pas de bien savoir lire pour comprendre un texte mathématique.

« L'enfant doit accepter de se décentrer, de prendre de la distance par rapport à ce à quoi les signes écrits sur une page l'ont habitué, et se préparer à inventer une nouvelle stratégie de lecture »

QUELLES PISTES POUR REMEDIER A CES DIFFICULTES ?

Après avoir répertorié les principales sources d'obstacles à l'utilisation adaptée d'un vocabulaire précis en mathématiques, tâchons de voir les moyens que l'on peut mettre en œuvre afin de faire progresser les élèves dans ce sens.

Il apparaît assez rapidement qu'il faut se baser sur des travaux à l'écrit. Certes, cela prend un certain temps (voire même parfois un temps certain) et l'effet n'est pas toujours immédiat. Cependant, faire écrire les élèves les met en activité dans une situation de producteurs et, en les obligeant à formuler leurs idées sur papier, les amènent à préciser leur pensée. De plus, le professeur a alors à sa disposition un matériau (les productions) lui permettant d'essayer de mieux comprendre les stratégies, les difficultés de raisonnement etc...

Pour éviter de tomber dans une routine, il semble évident qu'il faut varier les manières et objectifs des exercices. De plus, pour que les élèves s'investissent, il paraît nécessaire que les travaux soient conçus de sorte qu'ils puissent y entrer facilement tout en étant assez complexes pour les interpeller tous.

Une éventualité peut être de mettre en place l'activité en situation de travail individuel dans un premier temps, lequel sera suivi d'un travail de groupe et/ou d'un débat en classe entière.

Pour la phase de travail en commun, le premier enjeu est que les élèves communiquent, communication que l'on favorise par la contrainte de fournir une production écrite commune. Cette obligation les force à se mettre d'accord, réfléchir ensemble pour expliciter leurs idées. Pendant ce temps, le professeur intervient pour stimuler, glisser des contre-exemples, faire avancer le travail mais principalement, il écoute, observe ce qui l'aide à préparer le débat futur.

Pour celui-ci, ce n'est pas l'enseignant qui apporte le savoir, il se limite à un rôle d'animateur et « d'arbitre » qui tranche, renvoie les questions et gère la séance.

Comme dans tout apprentissage, il est nécessaire de varier les modes de fonctionnement, il n'y a pas les exercices pour lire et écrire puis les autres...

« La variété des situations proposées permet d'enrichir aussi bien l'apprentissage des mathématiques que l'apprentissage de la lecture-écriture. »

Pour cela, on peut modifier les documents de départ, les types de supports, les modes de production de manière à solliciter au mieux les diverses capacités ; par exemple, proposer des activités pour faire douter les élèves (ceux avec une figure ne respectant pas l'échelle et par conséquent, trompeuse) ou au contraire les poussant à imaginer un résultat, à conjecturer...

Ceci dit, une question reste encore sans réponse : quelles activités proposer ?

Afin de mieux (me) rendre compte de l'évolution des élèves, j'ai décidé, pour ce mémoire, de me focaliser sur un thème particulier pour leur faire travailler l'utilisation du langage mathématique.

La géométrie, avec ses exercices de construction à partir d'un texte et réciproquement les travaux de production de consignes pour le tracé d'une figure, m'a paru particulièrement adaptée.

Il y a à la disposition du professeur différents types de tâches à proposer aux élèves. Voici quelques travaux que l'on peut leur soumettre une fois vérifié qu'ils maîtrisent certains savoirs comme connaître des figures simples et usuelles :

- analyser des figures complexes
- lire des textes présentant des figures complexes
- à partir de textes descriptifs
 - o reconnaître parmi plusieurs textes descriptifs celui associé à une figure complexe
 - o reconnaître une figure complexe parmi d'autres à partir d'un texte descriptif

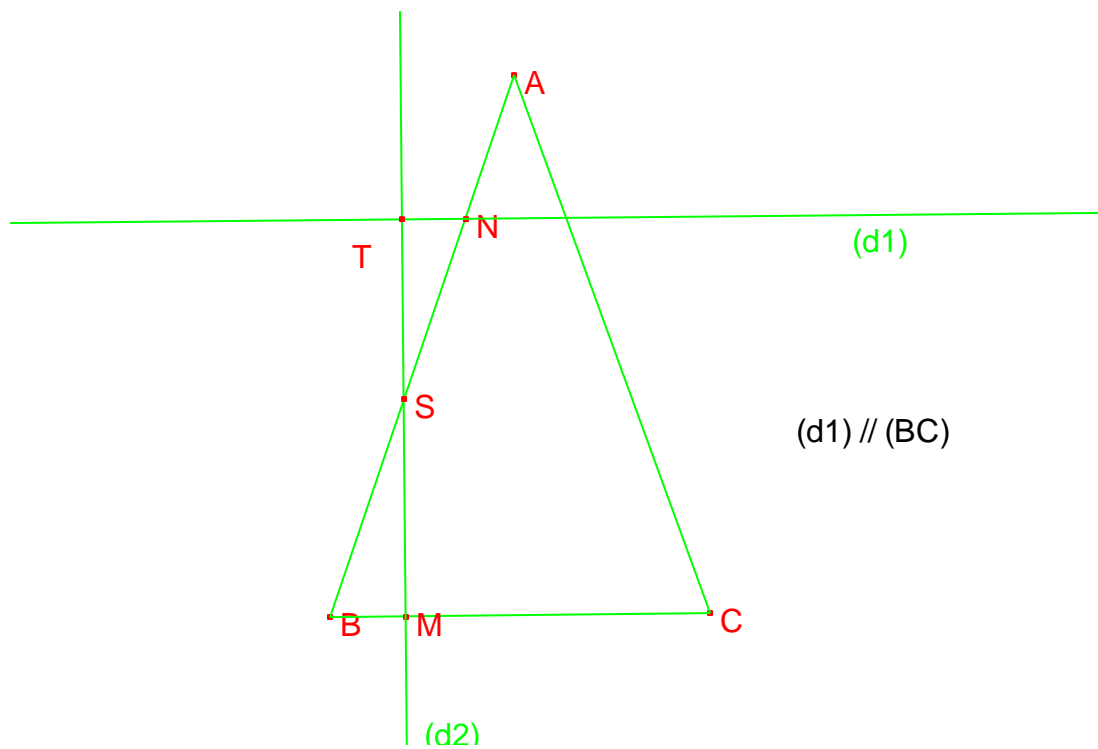
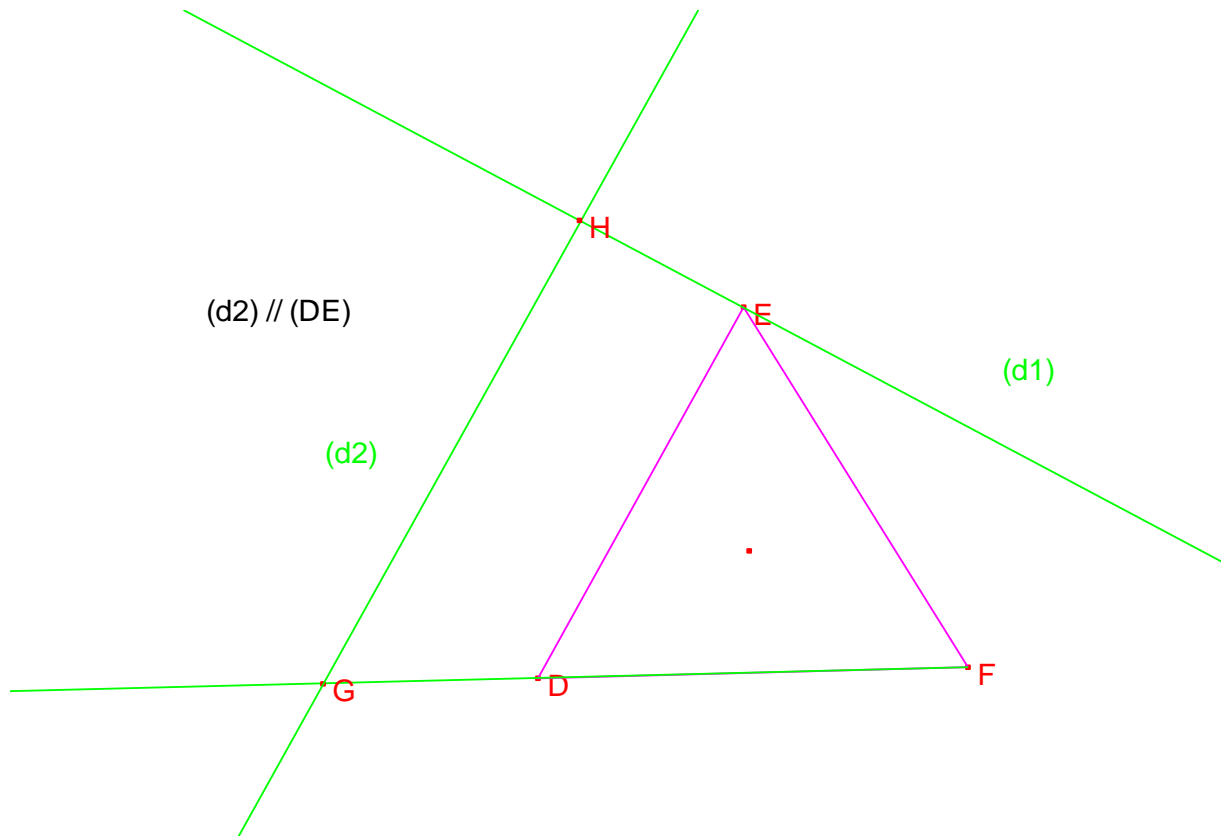
- rendre économique une description en l'allégeant de ses informations superflues
- hiérarchiser les informations données par une description
- construire une figure correspondant à une description
- à partir de textes injonctifs
 - tracer une figure à partir d'un programme de construction en disposant (ou non) d'une représentation dessinée de la figure
 - associer un programme de construction à un dessin géométrique
- écrire des textes présentant des figures complexes
 - rédiger un programme de construction ne mobilisant qu'une notion précise (alignement de points par exemple)
 - rédiger un programme de construction à partir d'un modèle
 - rédiger un programme de construction dont les étapes sont matérialisées par des dessins successifs
 - organiser le texte d'un programme de construction
 - corriger le texte d'un programme de construction
 - compléter le texte d'un programme de construction

Ce sont donc quelques uns de ces types de travaux que je m'en vais développer dans la troisième partie de ce mémoire.

A chaque fois, je proposerais un exemple de l'énoncé de l'activité, préciserais les conditions dans lesquelles elle s'est déroulée et en analyserais les points marquants.

PREMIERE ACTIVITE PROPOSEE EN CLASSE

Consigne : Ecrire un texte pour que ton voisin puisse reproduire exactement cette figure sans l'avoir jamais vue



PREMIERE ACTIVITE PROPOSEE EN CLASSE

Présentation :

Chaque élève se voit confier un papier sur lequel se trouve un dessin. Il est demandé aux élèves de produire un texte de construction de la figure complexe qu'ils ont sous les yeux, puis ensuite, après échange avec la feuille de leur voisin, de dessiner suivant les instructions du message qu'il leur ait fourni.

Objectifs :

- Réinvestir ses connaissances en géométrie
- Faire réaliser aux élèves la difficulté d'une tâche qui a priori leur paraît abordable relativement aisément
- Faire comprendre aux élèves qui en douteraient encore la nécessité d'utiliser un langage clair, net et précis en mathématiques.

Dispositif matériel :

- 1 photocopie par élève d'une figure (2 types pour toute la classe, d'égale complexité, un différent pour chaque voisin)
- 1 feuille simple par élève
- cahier de brouillon
- instruments de géométrie

Déroulement :

- Explication à la classe de l'activité
- Distribution des figures
- Analyse de leur figure et production d'un texte par les élèves
- Echange avec le voisin
- Analyse du texte et construction d'une figure à partir de celui ci
- Confrontation entre les figures

- Bilan commun

Compte rendu et analyse :

J'ai proposé cette séance un mardi de 16h à 17h, horaire auquel les élèves ont tendance à être un peu moins efficaces dans le travail. C'est pourquoi cette activité assez ludique (et perçue par certains comme un défi) a été plutôt bien accueillie. Tout le monde s'est pris au jeu et je n'ai même pas eu à intervenir, personne n'ayant essayé de jeter un regard discret sur la figure de son voisin tellement chacun était concentré sur son propre cas et cherchait à décrire au mieux ce qu'il avait devant lui.

Il fut assez surprenant de voir les différences de rythme : pour quelques uns, 5-6 minutes suffirent alors que d'autres eurent du mal à finir dans le temps imparti (20 min).

La seconde phase (construction à partir du texte du voisin) fut un peu moins silencieuse... Pas dès les premiers instants où les élèves tentèrent calmement d'analyser le texte et de suivre les instructions qui leur étaient écrites mais à partir du moment où certains se retrouvèrent dans l'impossibilité de construire, il a fallu que j'intervienne à plusieurs reprises pour empêcher quelques uns de demander oralement de l'aide à leurs voisins.

Finalement, à l'heure de la confrontation, sur les onze duos, quatre seulement ont réussi à avoir une figure sur les deux correctement reproduite et tous les autres ont échoué.

Après que les élèves ont compris l'intérêt de la séance (comprendre que rédiger un texte mathématique pour quelqu'un d'autre n'est pas chose aisée) – cela ne prit que très peu de temps, nous avons tenté en commun de répertorier les raisons de cet échec quasi global de la classe.

Les élèves se sont principalement reprochés deux choses :

- D'une part, certaines consignes manquent de clarté et par conséquent ils se retrouvent bloqués par la multiplicité de possibilités de dessins qui s'offrent à eux.
- D'autre part, certaines actions que les élèves considèrent comme faciles à réaliser sont trop détaillées dans le texte de leur camarade.

Une fois les productions des élèves en ma possession, outre les quatre constructions correctes – dont une avec un texte irréprochable – j'ai pu observer avec attention les quelques points à améliorer.

Le point positif est que les élèves ont tous à une exception près utilisé un texte injonctif pour leur production. En effet, seule une copie propose un texte écrit à la manière d'une rédaction (« Mon dessin est un... Dans le triangle, il y a une droite... »). Cet emploi adapté s'explique par le fait que les élèves sont souvent confrontés à ce type de consigne et qu'ils ont assez bien assimilé son utilité.

Comme je m'y attendais (et comme je l'espérais, il faut bien le dire), la liste des points à retravailler fut bien plus longue.

Alors, comme les élèves l'ont parfaitement remarqué en classe, il arrive relativement souvent que les consignes de leur camarade manque de clarté et de précision.

Ex : « place le point H à 3 cm de B »
« trace la perpendiculaire à (BC) »

De même, les élèves ont pointé le fait que parfois, il y a beaucoup de détails pour des constructions « faciles ».

Ex : « trace [IJ] de 5cm. Puis prends ton compas, écarte le de 5cm, trace en partant de J et après en partant de I. Ça fait le point K »
« avec ton équerre, trace une perpendiculaire... »

Cela dit, d'autres erreurs au moins aussi graves (si ce n'est plus) se trouvent dans les productions de la 6^e6 :

- Les élèves les plus faibles notamment ont encore souvent recours au langage naturel et utilisent des mots tels que « trait » et « bouts » pour désigner une droite ou un segment et ses extrémités.
- Sur beaucoup de copies, il y a encore de nombreuses confusions dans les notations et des preuves que les différences entre les notions ne sont pas encore assimilées.

Ex : « Trace une droite de 5cm »

« Trace [BC] = 10cm » ou « Trace BC = 10cm » voire même « Trace [BC] 10cm »

- Plusieurs productions ont aussi le tort de ne pas présenter les instructions dans un ordre logique, par exemple en faisant tracer la parallèle à (AC) passant par M, point M qui n'est défini que 2 lignes plus loin...
- Pour ce qui est de la présentation de leur texte, rares sont ceux qui n'ont pas tout écrit en vrac ; seuls trois élèves ont systématiquement utilisé des alinéa.

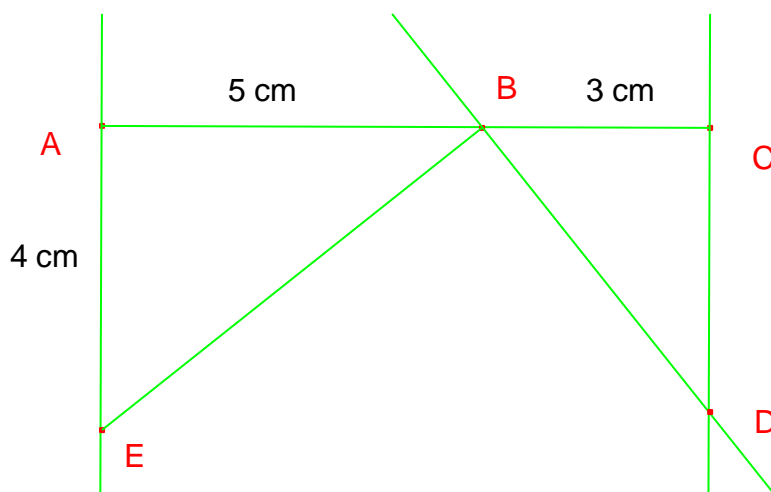
A cet inventaire d'erreurs, il faut également rajouter les innombrables fautes de français et surtout d'orthographe...

Pour conclure sur cette première « expérimentation », le bilan aussi bien par rapport au déroulement qu'aux objectifs est très positif. Les élèves ont été (très) enthousiastes à cette activité et à travers elle ont pris un peu conscience du travail qu'ils allaient avoir fournir pour progresser dans cet exercice.

Ainsi, les jours qui ont suivi, à chaque fois que nous avons rencontré une figure dans un exercice, nous essayâmes de produire oralement ou par écrit une consigne. « C'est en forgeant qu'on devient forgeron » dit on...

Après quelques améliorations plus ou moins visibles selon les élèves, nous pûmes passer à la deuxième activité détaillée dans ce mémoire.

DEUXIEME ACTIVITE PROPOSEE EN CLASSE



Pour la figure ci-dessus, un élève a écrit le programme de construction suivant :

« Avec la règle, je trace le segment de droite $AB = 5$ cm. Après je trace le point C sur la même ligne à 3 cm de B . Puis avec l'équerre, je trace une perpendiculaire à AB en A . Je

mets le point $AE = 4$ cm. Je relie EB. Avec l'équerre, je trace une perpendiculaire à EB en B et une à CA en C. Les droites se rencontrent en D. »

1^{ère} partie : travail personnel

Observe attentivement la figure, relis ce texte et note tout ce qui te paraît faux ou mal dit (utilisation des mots, ponctuation etc....)

2^{ème} partie : travail de groupe

Mettre en commun toutes les erreurs que vous avez trouvées puis rédiger sur la feuille fournie un programme de construction pour cette figure (*un seul par groupe*) comme s'il était écrit dans le manuel de mathématiques

DEUXIEME ACTIVITE PROPOSEE EN CLASSE

Présentation :

Réunis par groupes de cinq ou six, les élèves doivent corriger un programme de construction, le réécrire dans un langage plus adapté, comme s'il avait été écrit dans un livre de mathématiques.

Objectifs :

- Réinvestir ses connaissances en géométrie (vocabulaire, notations...)
- Remarquer (puis par la suite assimiler) les caractéristiques d'un programme de construction
- Fournir une production écrite qui soit le résultat d'un travail collectif

Dispositif matériel :

- une photocopie de l'activité (une figure, un texte et les consignes) par élève
- cahier de brouillon
- une feuille par groupe où sera rédigée la réponse commune

Déroulement :

- Présentation par le professeur de la séance
- Distribution aux élèves de la photocopie de l'activité
- Travail personnel au brouillon
- Répartition des élèves en groupe
- Débat au sein des groupes et rédaction d'un programme de construction
- Lecture à voix haute de chaque proposition
- Débat en classe entière

Compte rendu et analyse :

J'ai proposé cette activité une semaine après la précédente, une nouvelle fois de 16h à 17h. Une fois de plus, les élèves, toujours friands de ce type de séance rompant avec le schéma classique « leçon puis exercices », ont accueilli avec enthousiasme l'annonce d'un travail de groupe.

La figure distribuée ne leur était pas inconnue puisque nous l'avions déjà rencontrée peu de temps auparavant (afin de voir qu'on ne peut pas se fier à un dessin). Le texte proposé était un programme de construction que j'avais concocté en m'inspirant des types d'erreurs relevées dans l'activité détaillée précédemment.

La classe étant relativement studieuse, les élèves se mirent rapidement et efficacement au travail. Tout le monde sembla avoir compris ce qu'il fallait faire puisque personne ne posa de question.

L'installation en groupes fut logiquement plus bruyante, certains tentant d'en profiter pour papoter avec leurs copains et copines mais ce détail mis à part, les élèves purent commencer assez vite le travail en commun, ces derniers connaissant à l'avance où se placer pour avoir déjà effectué à plusieurs reprises des séances de ce type.

Tout en restant de niveau homogène, les groupes étaient formés de sorte que ceux qui ne s'apprécient guère ou au contraire un peu trop soient séparés.

Au sein de chaque groupe, je demandai de désigner un rédacteur ainsi qu'un lecteur (et si nécessaire fis le choix moi même). Pendant la phase de débat, je circulai entre les groupes pour inciter les plus timides à participer ou recadrer ceux dont le groupe avait trop tendance à se scinder en sous groupes. Les élèves commençant à être habitués à ce mode de fonctionnement, cette phase se déroula sans trop d'accroc.

Puis vint le moment où chaque groupe lut à voix haute sa production tout en précisant les notations. Si les élèves restèrent calmes durant la lecture de leur camarade, il fut en revanche plus délicat d'empêcher quelques uns de faire instantanément après des remarques.

Par conséquent, ils s'empressèrent de donner leur avis dès que le débat en classe entière débuta.

Il y eut quelques redites par rapport à la première fois (« Ca sert à rien de dire « avec l'équerre » pour tracer une perpendiculaire ») mais aussi d'autres critiques pertinentes comme « C'est mieux sans les « je » » ou encore « Dans les livres, il n'y a pas « après » ou « ensuite » dans les consignes ».

Par manque de temps, nous dûmes hélas cesser rapidement cette partie intéressante de remarques sur les différents travaux de chaque groupe.

Ceci me permit de mieux me plonger dans les différentes productions et de constater déjà une amélioration des consignes par rapport au début de cette séquence. Une fois de plus, les élèves avaient touché du doigt quelques unes des erreurs, les principales notamment.

La séance suivante débuta par une correction commune où outre les notations, je mis l'accent sur la nécessité d'utilisation du déterminant adéquat – en effet, trois des quatre groupes a écrit à chaque fois « une droite perpendiculaire à ... passant par ... ».

Ce travail accompli, je posai la question suivante aux élèves : « Depuis maintenant plus d'une semaine, on travaille sur l'écriture de consignes, de programmes de construction. Pouvez vous me dire quelles sont les choses à ne pas faire et quelles sont celles auxquelles il faut prêter attention ? »

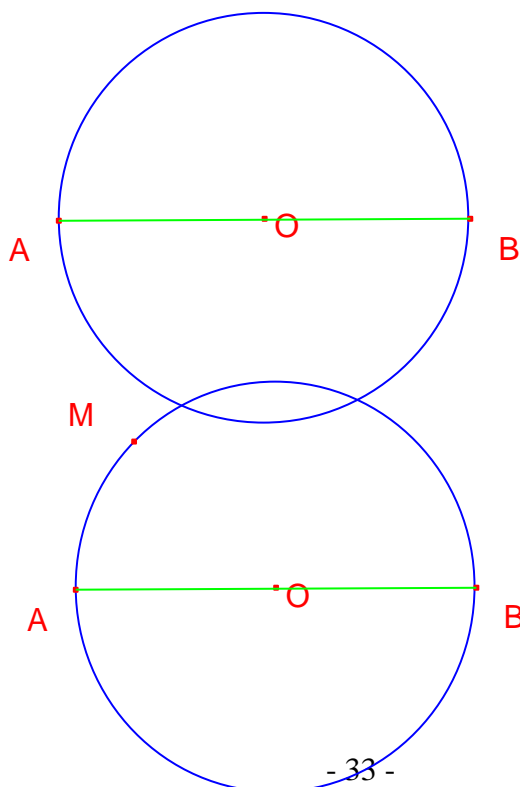
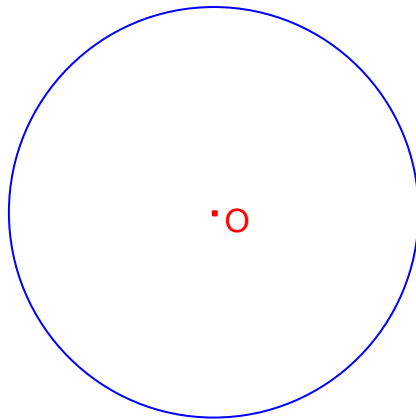
Dans un premier, j'inscrivis au fur et à mesure les réponses des élèves (les plus évidentes fusèrent) et après les avoir classées, les élèves prirent en note sur le cahier de leçon les règles à suivre pour écrire la consigne d'un programme de construction qu'ils avaient eux même édictées.

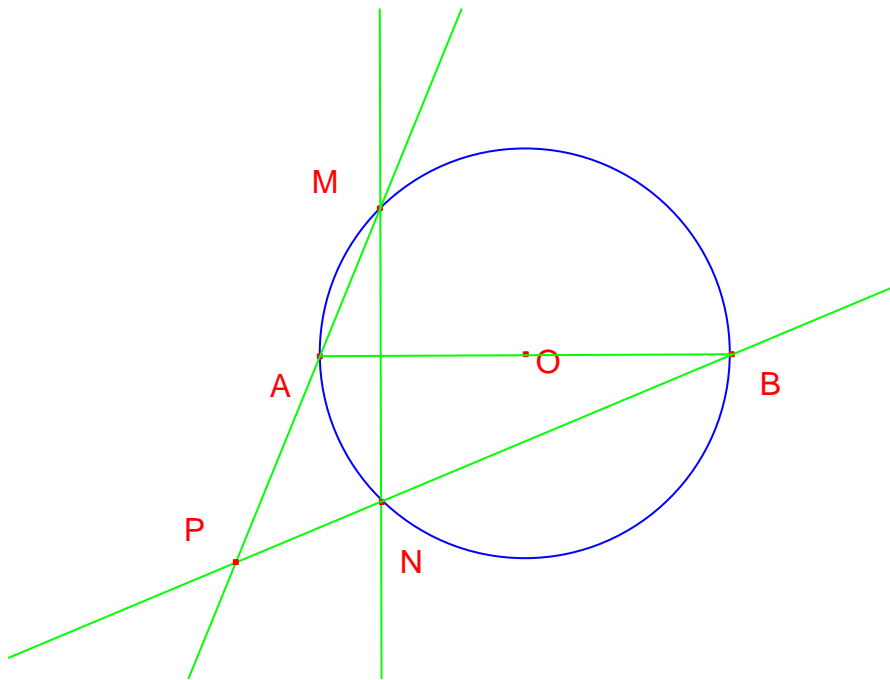
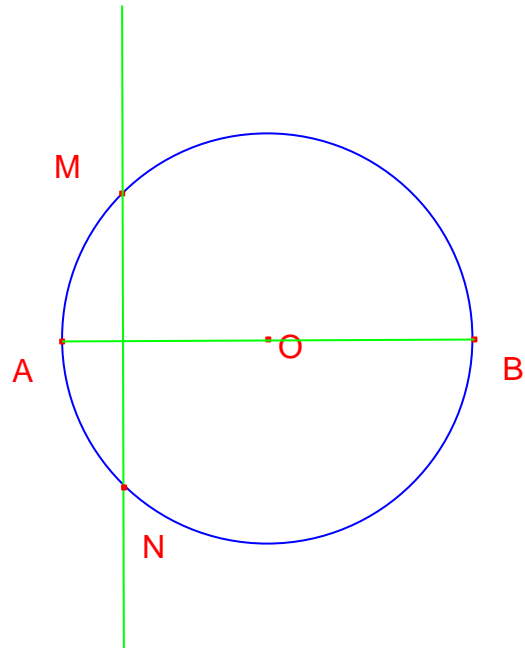
Pour conclure sur cette seconde activité et son prolongement immédiat, je dirai que le bilan fut satisfaisant. La plupart des groupes a fourni un travail sérieux et de relativement bonne qualité (seul un groupe en fait a tendance à systématiquement se diviser en deux sous groupes qui ne communiquent quasiment pas, ce qui complique la situation puisqu'il ne doit y avoir qu'un seul travail rendu pour 6). Les élèves se connaissant de mieux en mieux et la répétition de séances de ce type contribuent à l'efficacité de telles activités. Les 6^{es} étant assez intéressés en général par la géométrie, de tels travaux génèrent l'enthousiasme et ainsi les élèves progressent tout en prenant du plaisir, plaisir partagé par leur professeur.

La « fiche méthode » créée par les élèves ne faisant allusion à ce moment uniquement à la présentation et au contenu d'un tel texte, je décidai pour la suite de voir avec eux comment il fallait aborder la création d'un texte de programme de construction. Je détaille ceci dans le troisième compte rendu de mes expérimentations en classe.

TROISIEME ACTIVITE PROPOSEE EN CLASSE (deuxième phase)

Consigne : Chaque dessin représente une étape de la construction d'une figure. Rédige une consigne pour chaque étape.





TROISIEME ACTIVITE PROPOSEE EN CLASSE

Présentation :

Les élèves rédigent deux programmes de construction pour la même figure complexe : le premier à partir du dessin final et le second en détaillant chaque étape qui apparaît sur le document qui leur ait fourni.

Objectifs :

- Réinvestir ses connaissances en géométrie (vocabulaire, notations)
- Ecrire un programme de construction
- Respecter les règles que les élèves se sont fixées au préalable pour un tel exercice
- Découvrir la stratégie à employer pour réussir au mieux la rédaction d'une consigne

Dispositif matériel :

- Photocopie de la figure complexe, une par élève.
- Photocopie de la « bande dessinée » de la construction, une par élève.
- Deux feuilles simples par élève.
- Cahier de brouillon.

Déroulement :

- Annonce par le professeur de la première partie de l'activité

- Distribution aux élèves du document avec une seule figure
- Rédaction par les élèves d'un premier programme de construction (travail personnel)
- Ramassage des productions par le professeur
- Annonce de la deuxième partie du travail
- Distribution de la « BD » de la construction
- Rédaction par les élèves d'une seconde consigne (travail personnel)
- Remise aux élèves de leur travail initial
- Comparaison des deux productions
- Mise en commun, conclusion

Compte rendu et analyse :

J'ai proposé cette activité la séance suivant celle où les élèves ont mis au point leurs règles à suivre pour l'exercice de rédaction d'une consigne. Ils ne furent donc aucunement surpris quand je leur ai présenté le travail.

La seule différence avec les fois précédentes où ce genre de production leur était demandé fut l'abondance des « Est ce que ce sera noté ? » consécutive au fait que désormais, ils avaient des repères à leur disposition dans leur cahier de leçons.

Ce léger mouvement d'humeur s'estompa dès que je les autorisais à prendre leur cahier et alors les 6^{es} se mirent au travail avec le sérieux qui les caractérise.

Hélas, les rumeurs de contrôles reprurent de plus belle au moment où je collectai les productions de la classe. J'annonçai alors la suite de l'activité afin que le calme revienne.

Une fois la bande dessinée en leur possession, certains ne purent s'empêcher de commenter : « Mais c'est ce qu'on vient de faire !! » Quelques explications plus tard (« Non, ici tu as plusieurs figures alors qu'avant tu n'en avais qu'une » etc...), les élèves effectuèrent le travail demandé.

Pendant ce temps, tout en prenant soin de vérifier la concentration de toute la classe, je jetais un œil au premier programme qu'ils avaient rédigé ce qui me permit de voir quels étaient ceux qui avaient assimilé les « figures

imposées » par un tel exercice ainsi que ceux pour qui les notations mathématiques constituaient encore un obstacle.

Après que les derniers retardataires eurent terminé (il y a encore – et comme toujours – d’extrêmes différences de rythme selon les élèves) je redistribuai à chacun sa première production, ce qui en soulagea quelques uns (la peur de la note est une phobie qui ne risque pas de disparaître) et demandai aux élèves de comparer leurs propres travaux.

Puis je sondai la classe sur qui avait à peu de différences près le même texte les deux fois. Comme je m’y attendais, le score ne fut pas sensationnel, seulement un gros tiers (huit élèves sur vingt trois) était dans ce cas de figure.

La suite de la mise en commun prit un tour un peu plus surprenant sur le moment. En effet, si les élèves étaient unanimes sur le point que leur deuxième programme de construction était le plus performant, leur première idée quand je leur ai demandé la raison pour laquelle j’avais distribué deux fois la même figure fut de dire que tout d’abord ils avaient fait l’exercice en lui-même et qu’ensuite ils avaient procédé eux même à la correction de ce travail...

Il m’a fallu quelques minutes pour arriver à leur faire ressortir que ce procédé étape par étape était une bonne technique pour démarrer un exercice de rédaction de programme de construction... Par contre, quand cela a été dit par l’un d’eux, les autres ont ou réagi comme si c’était évident ou comme si c’était une découverte incroyable...

La séance se conclut justement par ce constat approuvé par toute l’assemblée sur cette technique adaptée à un tel exercice.

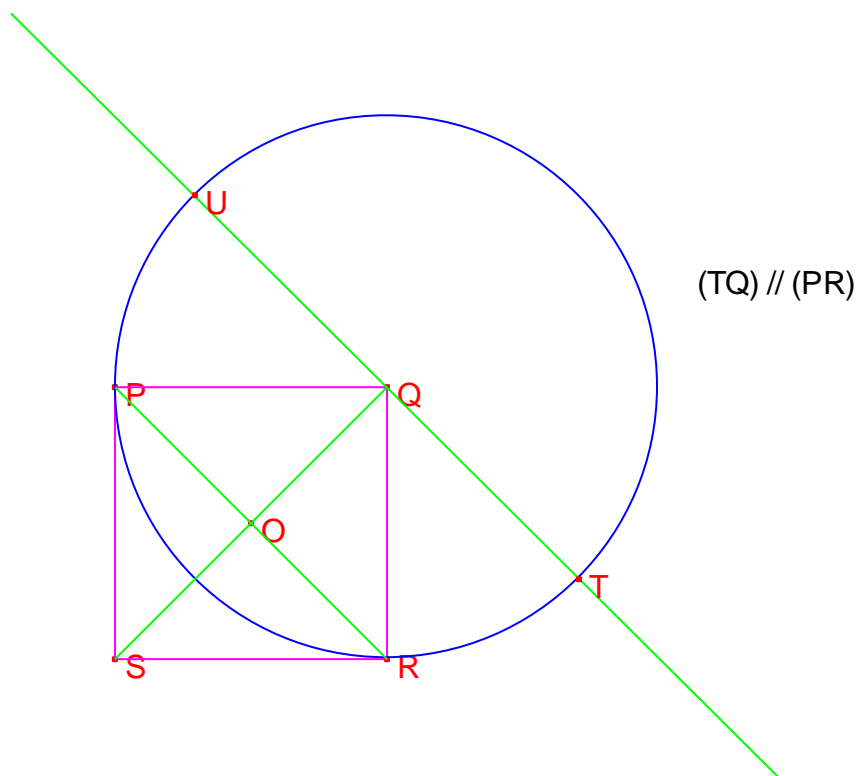
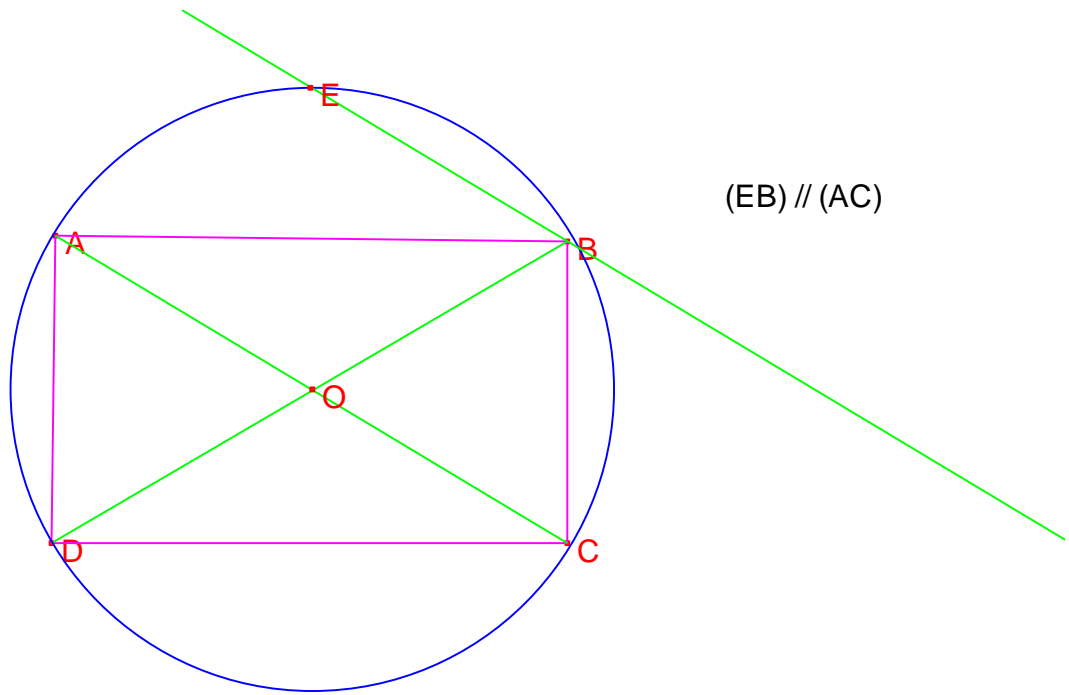
Celle qui suivit débuta par une rapide correction en commun du programme étape par étape puis les élèves complétèrent leur « fiche méthode » avec cette stratégie.

Afin de juger le travail et les progrès de chacun, j’ai ensuite donné en devoir à la maison un exercice semblable à celui-ci, une figure pour laquelle il était demandé aux élèves de rédiger un programme de construction étape par étape.

Pour conclure sur cette expérimentation, je dirai que même si elle en a dérouté plus d'un et que l'objectif n'est pas apparu clairement tout de suite aux élèves, ce travail fut intéressant et bénéfique. En effet, les devoirs maison ont reflété chez la plupart des 6^{es} une amélioration conséquente de l'utilisation correcte et appropriée du langage mathématique.

QUATRIEME ACTIVITE PROPOSEE EN CLASSE

Consigne : Ecrire un texte pour que ton voisin puisse reproduire exactement cette figure sans l'avoir jamais vue



QUATRIEME ACTIVITE PROPOSEE EN CLASSE

Présentation :

Cette activité est la même que la première proposée dans ce mémoire. Les élèves doivent rédiger un programme de construction d'une figure complexe puis, dans un second temps, faire une figure selon la consigne écrite par un camarade.

Objectifs :

- Réinvestir ses connaissances en géométrie (notations, vocabulaire...)
- Produire un texte écrit en utilisant le langage mathématique
- Remarquer les progrès effectués sur un tel exercice depuis le début de la séquence

Dispositif matériel :

- Photocopies de figures (une par élève, 2 types de complexité équivalente pour toute la classe)
- Une feuille simple par élève
- Cahier de brouillon
- Instruments de géométrie

Déroulement :

- Explication de l'activité à la classe
- Distribution des figures
- Analyse de la figure et rédaction d'une consigne par les élèves
- Collecte des productions puis redistribution aléatoire par le professeur
- Analyse du texte et construction d'une figure à partir de celui-ci
- Confrontation entre les figures
- Bilan commun

Compte rendu et analyse :

J'ai proposé cette activité la dernière heure de cours avant les vacances de Février, les élèves étant forcément un peu plus agités à l'approche des quinze jours sans école. Ce travail ludique leur ayant plus la fois précédente et comme certains avaient été un peu déçus du résultat obtenu (seulement quatre reproductions correctes dans toute la classe), je savais que les 6^{es} seraient enthousiastes à l'idée de pratiquer une nouvelle fois cette expérience.

Non seulement un tel exercice allait les motiver à travailler cette dernière heure mais en plus il me permettrait de tirer un petit bilan de cette séquence.

Les élèves ayant déjà connu cette situation, il ne fallut pas longtemps pour remettre l'activité en place. Par rapport à la fois précédente, je n'effectuais qu'un seul petit changement : au lieu de donner systématiquement deux figures différentes par binôme, je distribuai la même photocopie aux 11 premiers et la suivante au reste de la classe.

Encore une fois, les élèves se prirent facilement au jeu et tentèrent de se surpasser dans la rédaction de leur consigne. Puis une fois le texte de leur camarade sous les yeux, ils firent le maximum pour la reproduire avec soin.

Cette fois encore, quelques uns bloqués dans leur travail de construction, cherchèrent à demander oralement des explications à leur copain. Mais cela était nettement plus compliqué que la dernière fois puisqu'ils n'avaient pas en leur possession le texte de leur voisin. Je n'eus donc quasiment pas à intervenir.

Quand nous passâmes au bilan, le résultat fut en deçà des attentes de la classe. Seulement une petite moitié de la classe (10 élèves sur 22) a réussi à reproduire la figure qui lui a été fournie.

En cherchant les explications, deux principales raisons sont apparues :

- certaines fortes têtes n'ont pas jugé utile de raisonner étape par étape pour rédiger leur programme, considérant qu'ils étaient

- suffisamment doués pour s'en passer. Leur performance (100% d'échec) leur a remis les pieds sur terre.
- d'autres ont bien procédé étape par étape mais ont pris un mauvais départ, c'est-à-dire qu'ils ont voulu commencer la figure par le tracé du cercle, ce qui complique nettement le travail. L'erreur vient donc plus de la non connaissance des propriétés du rectangle...

Au final, les élèves quand même pris conscience des progrès qu'ils avaient effectués mais ont également compris qu'un exercice d'une telle difficulté nécessite beaucoup d'entraînement pour le réussir à chaque fois.

BILAN DE CE TRAVAIL

Après un peu plus de six mois de pratique d'enseignant, il me semble intéressant de conclure ce travail par un compte rendu de l'évolution de la 6^e. Nous nous attacherons évidemment plus à leur progression dans l'utilisation du langage mathématique, thème de ce mémoire.

Les élèves sont vraiment sympathiques et ont gardé tout au long de l'année leur enthousiasme pour la matière et ce même si le programme ne diffère guère de celui de CM2.

C'est une des raisons qui m'a poussé à me concentrer sur leur apprentissage du "parler mathématique", le fait d'avoir une bonne classe (avec à la fois peu d'élèves avec de grosses lacunes et encore moins de perturbateurs) me facilitant la tâche.

Le travail détaillé tout au long de ce mémoire étant quelque chose de nouveau pour eux, je pense que cela a renforcé l'intérêt de certains et en procédant par activités ludiques (notamment la première que j'ai exposée) je n'ai pas non plus mis à l'écart ceux ayant plus de difficultés avec les matières dites littéraires.

Au final, les progrès dans l'utilisation d'un vocabulaire adapté à la géométrie sont conséquents chez les élèves de niveau moyen ; les plus faibles ont encore du mal mais c'est surtout le résultat d'un manque de travail régulier et de relecture des leçons. Les bons éléments ont également tiré profit de ce

travail, peut être moins au niveau du lexique, mais plus dans l'organisation de l'écrit de leur pensée.

Si dans ce mémoire je n'ai détaillé que des travaux de géométrie, cela ne signifie aucunement que j'ai négligé les autres thèmes pour que mes élèves utilisent le langage mathématique. J'ai également essayé de leur faire produire des textes de narrations de recherche (notamment via des résolutions d'exercices d'opérations à trous). Malheureusement à ce niveau, rares sont les problèmes permettant un tel travail et puis il m'a été difficile de transmettre aux élèves leur intérêt - pour la géométrie, ils savaient que l'exercice de rédaction de consignes reviendrait les années futures.

Finalement, de telles activités me semblent pertinentes et je compte bien les réutiliser dans ma pratique future, à la condition que le niveau de mes élèves le permette...

BIBLIOGRAPHIE

Articles :

L'écrit dans l'activité mathématique (J. Briand ; M-C Chevalier)

Maîtrise de la langue et mathématiques (A. Pierrard, IUFM de Grenoble)

Dire, lire et écrire en mathématiques au collège (A. Massot, IREM Pays de la Loire ; B. Poulain, IREM de Rouen)

Revues :

Cahiers pédagogiques n° 316 « Français – Mathématiques »

Cahiers pédagogiques n° 427 « Enseigner les maths aujourd’hui »