I.U.F.M
Académie de Montpellier
Site de Perpignan

BONNAMOUR Nicolas

Comment amener les élèves à utiliser leurs connaissances en mathématiques à l'occasion d'un problème ?

Mémoire professionnel de mathématiques

effectué en classe de 6^e

au collège Paul-Emile Victor d'Agde

Tuteur du mémoire :

Mme CAYREY Michelle

Assesseur :

Année universitaire 2001-2002

En 6ème, une part importante de nos élèves éprouve des difficultés quand ils doivent résoudre des problèmes. Les causes de cet échec sont multiples et pas seulement d'origine mathématique. L'enfant maîtrise-t-il la lecture de l'énoncé ? Le comprend-il ? Est-il capable de sélectionner les informations utiles ? Se pose-t-il les bonnes questions ?

Un apprentissage à la résolution est nécessaire qui passe par une grande diversité des activités proposées.

In sixth, a significant share of our pupils has difficulties when they have to solve problems. The causes of this failure are numerous and not only mathematical. Does the child control the reading of the statement? Does he understand it? Is he able to select useful information? Does he araise the good questions?

A training with the resolution is necessary which passes by a great diversity of activities proposed.

Mots clefs : Problème, résolution, modélisation, énoncé, sens, opération

SOMMAIRE

INTRODUCTION:

En début d'année scolaire, les activités proposées en classe et les évaluations nationales m'ont permis de constater qu'une part importante d'élèves dont j'avais la responsabilité (une classe de 6^{eme} au collège Paul-Emile Victor d'Agde) rencontraient des difficultés lorsqu'ils devaient résoudre des problèmes numériques nombreux et variés. Aux évaluations, ma classe parvenait difficilement à 40 % de réussite aux items classés problèmes numériques contre 60 % pour l'établissement.

Pourtant, les problèmes proposés aux tests nationaux ne doivent pas paraître originaux à des élèves de $6^{ème.}$ Les évaluations dressent un bilan des connaissances acquises par chaque élève au cours du cycle élémentaire.

A l'école primaire, les enfants ont déjà rencontré et expérimenté de nombreuses activités en mathématiques. Ils ont mis en place des algorithmes de calcul : addition, soustraction, multiplication des nombres entiers, division euclidienne. Ils ont validé des procédures de résolution. La classe de 6^e donne alors, souvent l'impression de reprendre le programme des classes élémentaires. D'ailleurs, la classe de 6^e est dite d'observation et d'adaptation à l'enseignement secondaire et non pas d'apprentissage ou d'approfondissement comme certaines. Peut-on alors se permettre de réinitialiser les savoirs d'une classe en difficulté ?

En contrepoint, les évaluations nationales proposent l'analyse d'autres critères de réussite, et là, force est de constater que mes élèves avaient bien acquis de nombreuses connaissances mais qu'à l'occasion d'un problème, ils semblaient avoir du mal à les introduire, à les manipuler, voire à les interpréter.

Je ne devais donc pas reprendre le programme des classes élémentaires mais redonner du sens à des connaissances en cours d'acquisition. Amener les élèves à utiliser leurs connaissances à l'occasion d'un problème afin qu'ils prennent conscience de leurs possibilités. Mais alors, comment faire ?

1ère PARTIE : D'OU PEUT VENIR L'ECHEC ? QUELLES SONT LES ETAPES A FRANCHIR POUR PARVENIR A RESOUDRE UN PROBLEME ?

Résoudre un problème de mathématiques appliqués nécessite un questionnement sur la nature des objets mathématiques qui, à la fois, modélisent les phénomènes empiriques et conquièrent progressivement leur autonomie.

Résoudre un problème de mathématique consiste :

I. A comprendre l'énoncé et à en construire une représentation.
II. A le mathématiser et à le mettre en signes.
III. A mettre en œuvre des stratégies et des procédures de résolution.

Ces phases sont indissociables mais il est possible de mettre en œuvre des apprentissages spécifiques… (Alain Descaves : Résoudre des problèmes).

Tel est l'objet de ce mémoire.

Précisons dans un premier temps les phases décrites ici par Alain DESCAVES. Nous émettrons également des hypothèses de travail.

I. COMPRENDRE L'ENONCE ET CONSTRUIRE UNE REPRESENTATION DU PROBLEME.

Des pistes de travail sur le rôle des représentations:

i. La compréhension du problème comporte au minimum la constitution de la représentation d'un but.

Variables didactiques:

On pourra :

a. donner des problèmes avec ou sans question.

b. faire formuler des questions :

.à réponse directe (lecture d'énoncé)

.à réponse indirecte (identification de procédure)

ii. Faire réagir les élèves par rapport aux énoncés. Provoquer des interprétations individuelles ou collectives, des changements de registre : iconique, symbolique, linguistique…

iii. Etudier le rôle des représentations pragmatiques : l'influence de la disposition des données dans un énoncé ou la place d'un exercice dans une séquence d'enseignement.
Pour cela, on devra varier le type des énoncés proposés : canoniques, avec données manquantes ou en surnombre.
On pourra aussi insérer dans des fiches de travail des exercices de reprise.

II. LA MATHEMATISATION ET LA MISE EN SIGNE.

Les élèves doivent pouvoir effectuer :

- Des modélisations par écrits mathématiques
- Des représentations iconiques (graphiques, tableaux, images)
- Des conceptualisations par le langage naturel.

Ils doivent aussi, pouvoir mettre en relation ces différentes représentations.
Cela doit s'acquérir par un apprentissage régulier et organisé tout au long de l'année.

Sur la mathématisation :

En 6^e, les élèves doivent apprendre à écrire des relations entre les nombres : des relations d'ordre ou des opérations en ligne. On veillera cependant, pour les opérations, à ne pas toujours effectuer les algorithmes de calcul car les élèves ne distinguent pas clairement les étapes de résolution : ils vérifient parfois leurs calculs pour contrôler l'exactitude de leurs réponses (ils y incluent implicitement leur modélisation).

Exemples d'activité:

i. Proposer une suite de problèmes numériques, identifier chaque problème à une opération et écrire les opérations en ligne correspondantes. A ce propos, on pourra introduire avec précaution une lettre x pour désigner le nombre à chercher qui sera soit le résultat d'une opération soit le nombre inconnu d'une opération à trou.

ii. Faire le travail inverse: Donner une écriture mathématique (exemple: $4*7+3$) et demander aux élèves d'inventer et de rédiger un problème correspondant à l'écriture donnée

Il faudra alors évaluer :

. La plausibilité de la situation proposée

. Sa correspondance avec la modélisation

. La rédaction

III. CAPACITES A METTRE EN ŒUVRE POUR DECLENCHER UNE PROCEDURE

On notera simplement que pour résoudre un problème il faut déclencher une procédure de résolution. Pour se faire, de nombreuses connaissances ou capacités sont mises en éveil. Elles dépassent largement le cadre des mathématiques mais doivent être prises en compte par le professeur :

- Connaissances pragmatiques
- Connaissance du monde
- Compétences linguistiques
- Capacités perceptives
- Capacités à prélever des significations
- Capacité à représenter le problème
- Compétences logiques

2ème PARTIE : LES EXPERIMENTATIONS

Trois expériences ont été réalisées en classe :

I. La résolution de problèmes isomorphes.
II. L'invention et la rédaction de problèmes liés à une écriture mathématique.
III. La rédaction et la résolution de problèmes liés à une image.

I. LA PREMIERE EXPERIENCE :

Commentaires de nature théorique :

Ma première expérience reprend des idées qui me sont venues à la lecture du livre de M. JULO : "Représentation de problèmes… "

En tant que professeur, il faut savoir aider ni trop, ni pas assez mais le dosage est subtil et délicat à obtenir.

Prendre en compte l'idée que résoudre un problème, doit aboutir à des échecs pour certains élèves. L'échec s'il n'est pas répété ne porte pas à conséquence. Au contraire, il doit susciter l'intérêt et la curiosité de nos élèves, qui peuvent ainsi se rendre compte que leurs connaissances sont insuffisantes ou erronées. Ce constat effectué, les élèves se mettront en phase de recherche ou de réinvestissement. Dans le même ordre d'idée, l'alternative échec - réussite donne à l'activité (résolution de problème), un caractère ludique : les problèmes doivent être pour les élèves l'occasion de défis à relever validant plus ou moins leurs capacités.

Par contre, en situation d'échec scolaire, l'activité se présente à l'élève comme une tâche ingrate où il ne se sent pas valorisé. Les problèmes n'ont plus alors leur caractère ludique. Nous devons alors remédier à cette situation, relancer des élèves en perdition. Il faut toujours obtenir une production des élèves pour pouvoir analyser la source de leurs difficultés.

Dans un second temps, les erreurs doivent être clairement identifiées car un élève dans l'expectative, en proie au doute, prenant conscience de points de contradiction peut remettre en cause l'origine de ses erreurs mais aussi la validité de son savoir. D'où sans doute, une perte de sens des notions étudiées. Cela peut évoquer le raisonnement par l'absurde qui historiquement a suscité quelques polémiques et qui de nos jours met encore à mal de nombreux étudiants en mathématiques ;

Pour limiter ces échecs et permettre aux élèves d'expérimenter la procédure de résolution d'un problème type donné. M. JULO décrit l'expérience suivante :

Le professeur propose aux élèves une série de problèmes dont les procédures de résolution sont identiques (les problèmes seront dits isomorphes) mais l'élève fait un choix : il résout uniquement le problème où il se sent le plus à l'aise dans un cadre où il a peut-être plus d'affinités ou d'expérience.

Les avantages de cette méthode sont de plusieurs nature :

- Les problèmes de lecture et de compréhension de texte sont minimisés : L'élève peut éliminer des énoncés qui lui pose des difficultés lexicales ou sémantiques.
- En limitant les interférences avec d'autres domaines du savoir, le professeur vérifie distinctement si les connaissances mathématiques sont ou ne sont pas acquises.
- Le professeur peut réduire ses interventions directes. Son travail consiste essentiellement à préparer une large palette de problèmes isomorphes mais offrant des situations et des formulations variées.
- L'élève voit ses chances de réussite se multiplier. S'il met en place une procédure de résolution, on pourra penser qu'il la validera et la réinvestira plus facilement dans d'autres problèmes. M. JULO parle de « stratégie de la réussite ».

Déroulement prévisionnel :

Professeur, j'ai appliqué une expérience de ce type à la classe de 6ème dont j'ai la responsabilité.

Les élèves rentraient de vacances. La division euclidienne de a par b (a et b nombres entiers) avait été le sujet de leurs derniers travaux. Un contrôle avait eu lieu, peu convaincu par leurs résultats, j'ai considéré que cette expérience interviendrait comme séance de remédiation.

J'ai élaboré une fiche d'exercices (cf.annexe I) sur les deux sujets suivants:

i. La division euclidienne de 95 par 7
ii. La division euclidienne inversée : recherche du dividende D tel que $D=7*13+4$

J'avais prévu la lecture collective de tous les énoncés en 10 minutes puis de laisser 10 minutes à chacun afin de résoudre l'exercice de son choix. En correction, 20 minutes, je comptais effectuer un regroupement collectif et inaugurer un débat sur l'analyse des énoncés, des procédures effectuées (points communs, différences). Enfin, je voulais que les élèves précisent quelles informations donnaient le reste 4 (de la division euclidienne de 95 par 7) dans le cadre de chaque problème. Ils devaient pour cela rédiger une question supplémentaire à chaque problème proposé de réponse quatre.

Le déroulement effectif :

Le contenu lexical des énoncés, relativement simple, n'a pas donné lieu à beaucoup de questions. Par contre, les élèves ont été surpris par la démarche, et beaucoup ont eu besoin de confirmations du type : «Doit-on faire un seul énoncé ? » ou «Peut-on choisir le même énoncé que son voisin ? ».

Au bout de 5 minutes de recherche individuel, regardant les copies, j'ai précisé mes objectifs : les énoncés devaient comporter, au moins, un schéma, une opération et une phrase réponse. Les élèves pensent souvent qu'une opération posée et effectuée suffit, or la division euclidienne, contrairement aux autres opérations vues en classe, est un algorithme qui aboutit à un couple de nombres (quotient, reste) et qui peut prêter à de multiples interprétations (cf. : expérience n°2). Il faut donc insister sur la recontextualisation des résultats opératoires.

Lors de la correction, j'ai fait appel à une élève qui a rédigé sa production au tableau. Elle était en difficulté. Elle a posé et effectué l'opération voulue mais ne savait pas s'il fallait conclure 13 ou 14 d'où l'intérêt ici d'introduire un schéma de situation !

Cependant, la schématisation a posé beaucoup de problèmes : j'ai constaté que les élèves ne savaient pas schématiser les informations. Cette étape devrait donc faire l'objet d'un apprentissage spécifique au même titre que l'étude de l'opération et de son sens, ce constat est d'ailleurs énoncé par M. JULO qui indique que schématiser c'est déjà en grande partie répondre. Dans ma classe, l'absence de schéma a été notoire, des questions du type " Qu'est-ce qu'un schéma ? " ont même été posées. Quant aux rares schémas effectués, ils restaient trop proches de l'énoncé, loin de la mathématisation souhaitée. Les personnages sont ainsi, représentés par des dessins ou par des caractères complexes. De même, les nombres de trop grande taille ne sont pas simplifiés. Dans ce cas, représenter 95 personnages est une tâche longue à réaliser !

Cela m'a quand même permis d'aborder le problème de la taille des nombres. J'ai fait remarquer aux élèves que les opérations à effectuer étaient indépendantes des grandeurs en jeu. Ils pouvaient donc dans un premier temps, remplacer les nombres donnés par d'autres plus petits pour pouvoir choisir ou contrôler les opérations à effectuer.

Dans un second temps, nous avons regroupé les réponses, constaté qu'elles étaient de même nature et introduit quelques notions d'ordre pragmatique (la recherche d'un nombre en classe de 6ème passe essentiellement par une relation de type opératoire, même s'il faut être prudent) et d'ordre méthodologique : j'ai rappelé ce que le professeur attendait des élèves lorsqu'il corrigeait un problème numérique. Trop longue, cette phase n'a pas motivé les élèves qui se sont dispersés.

L'étape finale a été décevante, peu suivie par les élèves. Ils n'ont pas fait le lien entre la réponse 4 demandée et les problèmes proposés. Ils ont pour la plupart, formulé un problème distinct de ceux proposés. Une élève a bien compris la consigne mais elle a très mal interprété le reste : elle a posé la question «Combien reste-t-il de bouquets ? » au lieu de « Combien reste-t-il de fleurs ? » et ses interrogations commençaient toujours par « Combien reste-t-il de … ? » alors que dans certains cas, une formulation différente aurait été plus satisfaisante.

<u>Bilan général :</u>

L'activité a peut-être semblé trop simple à de nombreux élèves. L'agitation du début d'heure s'est aggravée. Il aurait fallu proposer cette activité à une séance de soutien pour un groupe restreint d'élèves en difficultés.

La schématisation n'est pas toujours utile aux élèves : souvent trop proche de l'énoncé, elle est inutilisable. Sinon, les automatismes acquis au primaire font que les élèves qui savent répondre à ce type de problèmes sont, en fait, plus nombreux que ceux qui savent faire un schéma. Ce fait est regrettable, il indique clairement une perte de sens de l'opération au profit de l'algorithme.

L'interprétation de l'algorithme division euclidienne par rapport à un énoncé pose des difficultés. Des mots inducteurs entraînent le choix de l'algorithme division mais quotient et reste sont souvent mal réintroduits dans leur cadre d'origine, on dira recontextualisés.

II. LA DEUXIEME EXPERIENCE :

L'invention, rédaction d'énoncés de problèmes à partir d'une écriture mathématique.

L'apprentissage de la modélisation peut-être renforcé par l'activité inverse, consistant à faire inventer par les élèves des énoncés de problèmes correspondant à des écritures mathématiques données.

Pour mieux produire, il faut mieux analyser la structure des énoncés figurant dans les manuels, donc les lire autrement. Et inversement, la production rend les élèves plus sensibles aux différentes caractéristiques à interpréter lors de la lecture (Alain Descaves).

Pour le professeur, l'analyse des énoncés produits par les élèves donne des indications sur les points suivants :

? Quelles interprétations sont liées à une écriture mathématique ?

? Quelle maîtrise en langage naturel ont les élèves du savoir mathématique ?

? L'homogénéité structurelle ou dimensionnelle des données est-elle respectée?

? La connaissance du monde des élèves est-elle suffisante pour produire une situation narrative plausible?

J’ai réalisé une expérience de ce type avec un groupe de 12 élèves de bon niveau. Je l’ai introduite après la correction d’un devoir effectué à la maison.

Les difficultés rencontrées à ce devoir étaient principalement de deux types :

i. Les élèves n’écrivaient pas la division euclidienne en ligne:

ii. Quand ils effectuaient une division euclidienne, ils donnaient presque toujours le quotient comme réponse.

<u>Exemple</u> : « Pour ranger 52 œufs, combien faut-il de boîtes de douze ? »

<u>Réponse élève</u>:

$$\begin{array}{l|l} 56 & 12 \\ \cline{2-2} 8 & 4 \end{array}$$

56 : 12 = 4 ou 56 : 12 = 4 r : 8

« Il faut 4 boites pour ranger les 56 œufs »

Il fallait donc organiser un travail sur le contenu des énoncés, amener les élèves à une lecture plus attentive de ceux-ci. Ils devaient apprendre à les différencier au-delà du simple choix de l’opération à effectuer, ceci explique l’idée d’en inventer.

De plus, l’écriture 56 : 12 = 4 étant fausse, je me devais aussi d’attirer l’attention des élèves sur les écritures du type $a=b*q+r$ où $0 < r < b$.

Je leur ai donc proposé l’écriture : $212 = 30*7 + 2$ pour inventer et rédiger un problème.

<u>Le déroulement effectif :</u>

Les élèves ont suivi pendant 10 minutes le corrigé de l’exercice ci-dessus.

Ils ont ensuite reçu une fiche de travail (<u>cf. annexe II</u>) et un petit papier qu’ils devaient garder caché. Ce papier comportait l’opération en ligne $212 = 30*7 + 2$ et une réponse attendue qui variait selon les individus : 212, 30, 31, 7, 8 ou 2 (à identifier au dividende, au quotient, au successeur du quotient ou au reste de la division euclidienne).

Premières difficultés :

Les élèves ont eu du mal à comprendre ce qu'ils devaient faire, comment ils devaient remplir leur fiche de travail.

Secondes difficultés :

Les élèves ont pris peu d'initiative car ils n'ont pas identifié l'opération cachée à la division euclidienne de 212 par 30 ou à la division euclidienne de 212 par 7.

J'ai donc encadré au tableau l'écriture, disponible, du même type $56=12*4+8$ (corrigé du devoir), indiquant que cette opération nous avait donné la réponse au problème précédent : 5 (4+1). Ils avaient donc, en quelque sorte, un modèle qui pouvait les inspirer. Ils pouvaient aussi chercher dans leur livre ou dans leurs devoirs d'autres problèmes types. Des élèves ont alors franchi l'obstacle et se sont mis à rédiger des énoncés.

10 minutes plus tard, les élèves devaient échanger leurs feuilles pour résoudre le problème rédigé par leur voisin. Une fois fini, ils pouvaient alors, confronter leur réponse avec celle attendue. A partir d'un constat d'échec ou de réussite, ils devaient émettre par groupe un avis sur la validité des énoncés composés, des procédures effectuées. Ils devaient alors en accord, apporter des modifications ou des corrections nécessaires.

Les résultats :

12 élèves ont participé à l'expérience mais seulement six d'entre eux ont rédigé un énoncé. Les autres ont finalement reproduit un énoncé canonique que j'avais écrit au tableau.

Les énoncés :

1. « Un pêcheur a 210 poissons dans 7 bac et il en reste 2 que l'on ne peut pas mettre dans des bacs. Combien a-t-il de poissons dans chaque bac ? »
2. « Mickaël a 212 bonbon il les partagé avec ses 30 copain. Combien aura chacun de bonbon ? si il en reste , combien il en reste ?»

3. « J'ai 7 camion qui contiennent chacun 30 sacs de farines. Le dernier en contient deux de plus. Combien les camions contiennent de sacs de farine ? Soustrayé le nombre trouvé par 181 »
4. « On a 212 œufs. On doit les ranger dans des boites de 7. Combien doit on prendre de boites ? »
5. « On doit ranger 212 bonbons dans des boites qui peuvent contenir 30 bonbons. Combien faut-il de boites au minimum ? »

   version corrigée par :

   « Il y a 30 bonbons on les a rangés dans 7 boites. Combien il y a en tout de bonbons ? Et combien il en reste ? »

<u>L'analyse des énoncés :</u>

Les énoncés reprennent des situations traitées dans les manuels scolaires mais diffèrent sur quelques points essentiels et montrent quelles confusions sont possibles :

<u>L'énoncé n°1</u> ne précise pas comment sont répartis les poissons dans les bacs. Il faut donc faire une hypothèse implicite, qui n'est d'ailleurs pas justifiée par la situation (peu plausible) pour répondre. Au contraire, l'affirmation « Deux poissons ne peuvent pas être mis dans des bacs » n'est pas une donnée nécessaire à la résolution du problème. On peut donc poser l'opération 210 : 30 = 7 ou 210 = 30 * 7 pour le résoudre ce qui n'est pas l'opération attendue.

<u>L'énoncé n°2</u> évoque une situation de partage de biens, plus plausible et évocatrice (on pense implicitement équipartition) mais la situation est en fait un don et non pas un partage équitable puisque l'élève - rédacteur considère que le donateur : Mickaël ne garde aucun bonbon.

<u>L'énoncé n°3</u> accumule les informations. En fait, le lecteur doit remettre en cause des affirmations. Ainsi la première phrase est trompeuse : ce ne sont pas sept camions qui contiennent 30 sacs de farine mais six (un autre en contenant 32). De même pour obtenir le résultat attendu, il faut en fait, retrancher 181 au nombre répondant à la question posée! En résumé, le problème est résolu si on effectue l'opération non souhaitée :

30*6+32-181 =

Les énoncés 4 et 5 sont des énoncés canoniques, des reproductions quasi identique du devoir corrigé au tableau malheureusement ils ne correspondent pas du tout aux réponses attendues qui devaient être respectivement 30 et 212.

Bilan :

Cette activité, qui a surpris au départ les élèves, devrait être introduite plus tôt dans l'année. Les élèves pourraient ainsi s'entraîner sur des exemples simples où peu de précisions sont nécessaires, notamment lorsque l'écriture mathématique est acquise : dans le cas d'une addition par exemple.

Produire un énoncé reste une tâche difficile pour les élèves : la modélisation s'acquière lentement. Face à la tâche, les élèves ont soit reproduit un énoncé canonique sans s'attarder sur son sens, soit inventer un énoncé valable mais aux formulations hésitantes ou insuffisantes. Aucun n'a su conjuguer les deux.

L'activité est pourtant enrichissante mais les élèves doivent être bien cadrés et aidés par leur professeur. Lors des débats notamment, ils ont souvent tendance à incomber la faute à l'autre sans argumenter, ils n'arrivent pas à identifier les sources d'erreur ou de confusion. De plus, si on leur donne un problème incomplet, ils auront tendance à répondre en se plaçant dans un cas particulier pouvant être validé par leur professeur.

Mais le travail par deux permet à la longue d'introduire un langage précis et universel, apprentissage indispensable et essentiel en classe de 6eme. D'ailleurs, les programmes de construction en géométrie vont aussi dans ce sens.

III. LA TROISIEME EXPERIENCE:

Avec le deuxième groupe constitué de 12 personnes de niveau plutôt faible, l'expérience précédente m'a semblé irréalisable car trop difficile. Elle suppose des élèves une bonne connaissance de la division euclidienne et une réelle envie de faire des mathématiques : imaginer, créer et rédiger un problème de la vie courante en partant seulement d'une écriture mathématique n'est peut être pas enthousiasmant ou facile pour tout le monde!

J’en ai donc profité pour réaliser une autre expérience qui me trottait en tête depuis longtemps et dont le support est tiré du livre de Françoise Terrée et Eliane Höniger intitulé « Je comprends les mathématiques en classe de 6e/5e » cf. Annexe III

L’élève doit encore rédiger un énoncé de problème et le résoudre mais l’enfant travaille seul et élabore ses énoncés à partir d’images de la vie courante: étiquetage de prix, plan, facture, note descriptive. Des images que les enfants peuvent rencontrer au supermarché, au fast-food ou devant les vitrines d’agences de location nombreuses au Cap d’Agde !

Cette activité, semble donc pouvoir susciter l’intérêt des élèves et amener le professeur à de nombreux critères d’évaluation. Elle permet notamment de s’interroger sur la nature du questionnement des élèves, d’évaluer leur curiosité : elle fait sortir les mathématiques de l’école. On fera remarquer sur ce point que les enfants qui élaborent un questionnement de type mathématique à partir de lectures: revues ou autres doivent se compter sur les doigts d’une main or les manuels scolaires ont souvent tendance à privilégier ce type d’activité.

En tant que professeur, j’ai décidé de limiter mes interventions, de n’apporter aucune aide de nature instructive. Je n’ai fait que rassurer, confirmer ou remettre au travail des élèves dissipés.

L’activité a tenté d’évaluer les élèves sur les critères suivants :

- Leur connaissance du monde.
- Leur perception significative: quels liens font-ils entre les données?
- Leurs capacités à l’écrit : l’utilisation de la langue française.
- Leur esprit critique: la pertinence et la plausibilité des situations et des questionnements proposés.
- Le type du questionnement: à réponse directe ou indirecte, en concordance ou non avec l’image proposée, de conditions nécessaires, de conditions suffisantes.
- La capacité de résolution: la mise en place d’outils, de procédures.

Pour ce dernier point, on signalera que des outils n'avaient pas encore été introduits en classe lorsque les élèves ont réalisé leur fiche : prendre un pourcentage de… , calculer une aire ou un périmètre. On notera dans ce sens, que de nombreuses connaissances sont mises en relation avec les images. L'activité couvre une bonne partie du programme de 6^{e} : addition, soustraction, multiplication, surface, périmètre, pourcentage. Sa richesse est porteuse d'intérêts.

Le déroulement effectif :

Les élèves ont suivi pendant 10 minutes le corrigé d'un devoir sur la division euclidienne. Ils ont ensuite disposé de 40 minutes pour composer sur leur fiche de travail.

Un élève a refusé le travail durant l'heure, il n'a rédigé aucune des questions superficielles qu'il m'a fait part à l'oral du type " Le soda tic est-il meilleur que le soda tac ? ", on notera à cet égard la composition de l'élève du contrat didactique pour se faire remarquer. Mais trois élèves volontaires du groupe 1 ont participé à la séance. En tout et pour tout, j'ai pu finalement recueillir 12 copies.

Indices :

47 énoncés ont été rédigés , soit en moyenne **4** énoncés par élève.

Remarques sur le vocabulaire :

1. Un mauvais usage de la langue française peut aboutir à des imbroglios.

Exemple: Une élève a posé la question " A combien ont-ils baissé le stylo ? " mais elle a répondu à la question : " De combien ont-ils baissé le stylo ? "

2. Les élèves ne maîtrisent pas le vocabulaire mathématique.

Le questionnement lié au problème des dimensions d'une salle de séjour est souvent de nature imprécise. La cause, le vocabulaire : surface, aire, superficie, périmètre n'est pas employé (les enfants ne l'ont pas encore vue cette année mais devraient le connaître de l'école primaire). A cause de cela, les enfants ne savent pas préciser les réponses qu'ils attendent, ils ont l'impression de comprendre ou de savoir mais leurs connaissances sont encore confuses.

<u>Remarque :</u>

Ces exemples montrent que pour enclencher une procédure de résolution la langue française doit être manier avec précision. Son utilisation est parfois source d'erreurs ou de confusions chez de nombreux élèves. Professeur débutant, il est difficile d'en prendre la mesure en début d'année. Il faut entraîner les élèves à manipuler le vocabulaire mathématique mais il faut aussi relever des erreurs grammaticales ou syntaxiques. Nous devons pour cela nous faire une idée précise des possibilités de chacun dans le domaine de l'expression écrite ou parlée, acquérir une certaine expérience pour déchiffrer les écrits ou propos émis quelquefois en $6^{\text{ème}}$.

Analyse par image :

N°1 : L'image donnait peu d'information. Les élèves devaient poser la question : « Quelle quantité de matière grasse contient le yaourt ? » mais sa résolution n'était pas exigible à cette époque de l'année. Cela explique peut-être, pourquoi de nombreux élèves ont introduit des données supplémentaires pour en poser une autre.

<u>Les questions</u> :

1 : " Quel est le poids de six yaourts ? "	citée	2 fois
2 : " Quel est le poids d'un paquet de yaourts? "	citée	1 fois
3 : " Combien de matière grasse dans 6 yaourts ? "	citée	2 fois
4 : " Combien coûtent deux yaourts sachant que 25% coûte 1 franc ? "	citée	1 fois

<u>Les réponses associées</u>:

1. Des multiplications correctes

2. Une absence de réponse: le questionnement ne fournit d'ailleurs pas les données nécessaires.

3. Le pourcentage n'est pas assimilé à une situation de proportionnalité. Les élèves pensent que le pot de yaourt contient 25 g. de matière grasse et donc que 6 yaourts contiennent 150 g. ou même 150% de matière grasse.
4. Une absence de réponse : le questionnement n'est pas naturel. L'élève a du reproduire un énoncé canonique sans en comprendre le sens.

Le bilan :
1. Les élèves élaborent plus facilement un questionnement de réponse connue. Dans ce cas, l'élève préfère en faire plus (ajouter des données supplémentaires : le paquet de yaourts), que moins (ne pas répondre). On peut lier ce phénomène à un contrat didactique implicite, à relier à la production d'énoncés canoniques dénués de sens.
2. Il faudrait sans doute travailler sur des problèmes à données insuffisantes. D'ailleurs, la vie courante fournit de nombreux problèmes dont la résolution passe d'abord par la recherche d'informations manquantes.
3.Le questionnement est adapté mais l'interprétation des données est erronée. Dans ce cas, l'obstacle peut permettre l'introduction des notions visées : le pourcentage. L'enfant donnera du sens à l'apprentissage s'il fait le lien outil - objet à partir d'une situation problème (modèle constructiviste).

N°2 : 10 énoncés ont été rédigés.

Commentaires : La situation pouvait soulever le problème temporel lié au changement d'unité monétaire : franc-euro.
Les questions : " Combien coûte le tout ? "
ou " Combien font 1 bière, un sandwich et un café ? "
Les réponses : Une erreur seulement, une retenue dans l'addition.
Bilan : Le questionnement et les réponses sont corrects mais les formulations sont souvent hésitantes

N°3 : 6 énoncés rédigés.

Commentaires : Cette image a entraîné un questionnement multiple et varié. Il semblait pourtant qu'une question s'imposait.

Les questions :

« De combien le stylo a-t-il baissé ? »	citée 4 fois
« Quel est en % la réduction du produit ci-dessus ? »	citée 1 fois
« Quel est le prix en francs ? »	citée 1 fois
« Thomas a un euro, combien lui manque-t-il pour acheter le stylo ? »	citée 1 fois
« Pierre veut acheter 4 stylos, combien lui faut-il ? »	citée 1 fois

Les réponses : Toutes correctes sauf une, une erreur de soustraction sur les décimaux (séparation des parties entière et décimale) : 5-4.50 = 50.

On notera ici que l'erreur de calcul n'est pas remise en cause par la plausibilité du résultat ! Le lien entre le résultat algorithmique et le résultat problématique n'est pas acquis. L'élève répond d'ailleurs uniquement à ses questions par des opérations. Il n'effectue pas l'étape indispensable de recontextualisation, n'a pas saisi le besoin de conclure un problème par une phrase réponse.

Bilan : Les élèves s'inspirent des images précédentes pour poser des questions “ inattendues ”. La diversité des problèmes évoqués inspire les élèves et entraîne des interprétations variées : une remise est-elle plus significative en euro ou en % ? …

N°4 : 6 énoncés rédigés

Commentaires : Rassurer les élèves sur ce qu'ils voient puisqu'ils ont presque tous voulu savoir s'il s'agissait d'un magnétoscope ou d'un D.V.D, on m'a même parlé de réveil !

Les questions : 6 questions uniques : “ Combien coûte le lecteur D.V.D ? ”

Les réponses : 4 s'abstiennent et 2 répondent 470 euros

Bilan : A relier à l'image n°1 : On pourra utiliser ce problème pour introduire la notion de pourcentage en classe. Cependant, il faudra faire attention aux erreurs du type précédent car les élèves n'associent pas le pourcentage à une relation de proportionnalité.

N°5 : 4 énoncés rédigés

Commentaires : Il fallait faire un tri entre les informations car l'image soulevait deux questions qui n'avaient aucun lien entre elles.

Les questions :	" Combien coûtent les 5 arbres ? "	citée 3 fois
	" Combien fait en m. le périmètre ? "	citée 1 fois
Les réponses :	Correctes, juste une erreur de calcul.	

Bilan : Les élèves qui ont traité ce problème ont su extraire les données nécessaires des données superflues, distinguer les deux problèmes. Mais on devrait d'avantage travailler ce point contrairement aux énoncés proposés par les manuels scolaires qui s'inscrivent plus dans une logique séquentielle.

N°6 : 6 énoncés rédigés

Commentaires : De nombreuses questions pouvaient être soulevées mais aucun élève n'a pris en compte les quantités indiquées.

Les questions : " Combien valent les deux sodas ? " ou du même type mais par achat groupé (par 6, par 12…)
Les réponses : toutes correctes

Bilan :
Des questions aux formulations douteuses, imprécises.
Exemple : " Combien vaut 6 bouteilles de soda et de coca ? ».
Réponse : $6*1.2+6*1=13.20$ euros.
Un travail de rédaction et d'appropriation des données semble nécessaire. Il passe nécessairement par l'échange d'énoncés par binôme.
Sinon, à partir d'un tel problème, on aurait pu dégager la notion de proportionnalité par comparaison des prix au litre de soda vendu en bouteille ou en canette. Cependant ce questionnement introduit en classe devra l'être avec précaution car les élèves ne l'ont pas formulé.

N°7 : 7 énoncés rédigés

Commentaires : Travail classique : calcul de périmètre ou d'aire.
Les questions : Les formulations sont imprécises, reposent sur l'idée de mesure.

1. « Quel est le périmètre de la salle de séjour ? » citée 1 fois
2. « Quel est le périmètre de ce rectangle ? » citée 1 fois.

On notera que l'élève assimile déjà dans son questionnement la salle de séjour à un rectangle.

3. « Combien mesure la salle de séjour ? » citée 4 fois
4. « Combien fait la salle de séjour ? » citée 1 fois

Les réponses :

1. Exact, la formulation de la question était correcte.
2. Fausse : L*l*2
3. Une réponse exacte : sinon le périmètre est donné par des formules inventées du type : l + L, l^2+L^2 (cité 3 fois)

Bilan : Il faudra amener les élèves à distinguer les notions d'aires et de périmètres, à donner du sens à l'une comme à l'autre. On devra pour cela, pratiquer des situations imagées : des problèmes de pavage, de longueur de course d'échauffement autour d'un terrain. On devra aussi faire varier les grandeurs indépendamment l'une de l'autre. Et, avant d'aborder les formules de calcul, s'assurer que les élèves ont de ces notions des représentations bien distinctes. Un travail sur les unités de mesure semble aussi aller dans ce sens.

Bilan global de la 3ème expérience :

Les élèves ont, pour la plupart, apprécié l'activité. Les problèmes de lecture sont minimisés. La représentation imagée des problèmes suscite leur curiosité, les rapproche du quotidien. Leur connaissance du monde est mise en éveil : magnétoscope, D.V.D, périodes de soldes, conversion franc-euro. L'enfant est soumis à un questionnement naturel, il a envie de répondre.

CONCLUSION

Les problèmes numériques donne l'occasion aux enfants de pratiquer des algorithmes de calcul qu'ils ont appris ou apprennent à l'école. Dans un cadre séquentiel, cela peut être un des objectifs de leur professeur. Cependant, pour résoudre un problème l'élève doit faire preuve de connaissances qui dépassent largement le cadre strict des mathématiques.

La lecture reste une des principales difficultés rencontrées par les élèves de 6eme. Si on veut que les mathématiques enseignées soit pratiquées par le plus grand nombre nous devons varier le support de nos activités : partir d'images, de cartes, de devinettes orales…

Mais nous ne devons pas éluder la difficulté. Au contraire nous devons entraîner les élèves à travailler sur les énoncés et même à en produire, ils pourront alors prendre conscience du vaste champ d'application des notions étudiées en classe. En retour, les élèves mettront plus spontanément en place des procédures mathématiques lorsqu'ils rencontreront des problèmes concrets.

Au lieu de s'inscrire dans un cadre rigide où le professeur choisit des problèmes qu'il soumet à ses élèves, il faut laisser les enfants exprimer ceux qu'ils se posent et même, si on souhaite installer un cadre plus ludique, laisser les enfants inventer et se poser des devinettes : Le questionnement est à la base de l'esprit scientifique .

L'échange entre élève est inévitable. Il peut leur permettre de progresser en argumentation écrite ou orale, de prendre conscience des conditions d'application des procédures mathématiques (données insuffisantes ou superflues) . Le travail en groupe est en plus motivant pour les élèves.

Mais le professeur doit cadrer les débats, rassembler les travaux , développer l'argumentation des élèves. Il peut l'amener à partir de sources d'erreurs identifiées.

Personnellement, sur ce point, je ne suis pas encore satisfaisait, je compte sur l'expérience pour pouvoir mieux organiser les expériences menées: la récolte des résultats, l'installation de débats…

Mais ce mémoire m'a permis d'aborder l'activité résolution de problème sous un autre angle, de comprendre plus profondément les raisons pour lesquelles les élèves rencontraient des difficultés. Il ne faut pas passer trop de temps sur les algorithmes qui sont souvent rapidement assimilés si ce n'est déjà fait. Je souhaite donc par la suite avoir une progression plus globale sur les opérations, enrichir les expériences effectuées, les proposer avec des problèmes à opérations multiples dès le début de l'année.

Annexe I : Fiche de travail de l'expérience n°1 :

I. Faire au choix l'un des problèmes suivants :

1. Sept pirates décident de se partager équitablement 95 pièces d'or.
   Combien de pièces recevra chaque pirate ?

2. Un fleuriste dispose de 95 fleurs pour faire des bouquets.
   Il souhaite mettre 7 fleurs dans chaque bouquet.
   Combien de bouquets peut-il réaliser ?

3. Sept joueurs composent une équipe de handball.
   Quatre-vingt-quinze joueurs sont inscrits au tournoi du collège.
   Combien d'équipes seront constituées ?

4. Un déménageur veut expédier 95 colis identiques.
   Pour se faire, il dispose de grands cartons, dans lesquels, il peut placer au maximum 7 colis.
   Combien de cartons pleins peut-il expédier ?

II. Faire au choix l'un des problèmes suivants:

1. Un meunier possède sept sacs de farine de 13 kg chacun.
   Il a également 4 kg de farine en réserve.
   Au total, quelle quantité en kg de farine possède-t-il ?

2. Pour un don, sept enfants décident de donner 13 euros chacun.
   Le petit frère de l'un d'entre eux rajoute également 4 euros.
   A combien s'élève le don ?

3. Jean achète sept paquets de treize billes pour avoir quatre billes offertes en plus.
   Combien de billes possédera-t-il ?

Annexe II : Fiche de travail n°2 :

Jordan Azaro

• Révision : le sens des opérations. R 14.03.2002

Travail par groupe de deux.

① Nom : ~~Azaro~~ Doulan
PRENOM : cécile

② Nom : Jordan
PRENOM :

I Elève ①, invente et rédige un problème dont la résolution passe par l'opération cachée.

R Enoncé : ~~Il y a un chargement d'orange 30 boîtes qui arrivent~~ ~~Il doit y avoir 7 orange~~ Il y a 212 oranges que l' ~~on doit~~ mettre dans 30 boîtes.
Combien d'orange y aura t-il dans chaque boîte.

II Elève ②, résoud le problème précédent.

solution : 212 : 30 = 7

Il y aura 7 oranges dans chaque boîte.

```
 212 |30
 210 |7
 ••2
```

III. Ensemble, élève ① et ②, faire apparaître l'opération cachée et la comparer à la solution proposée.

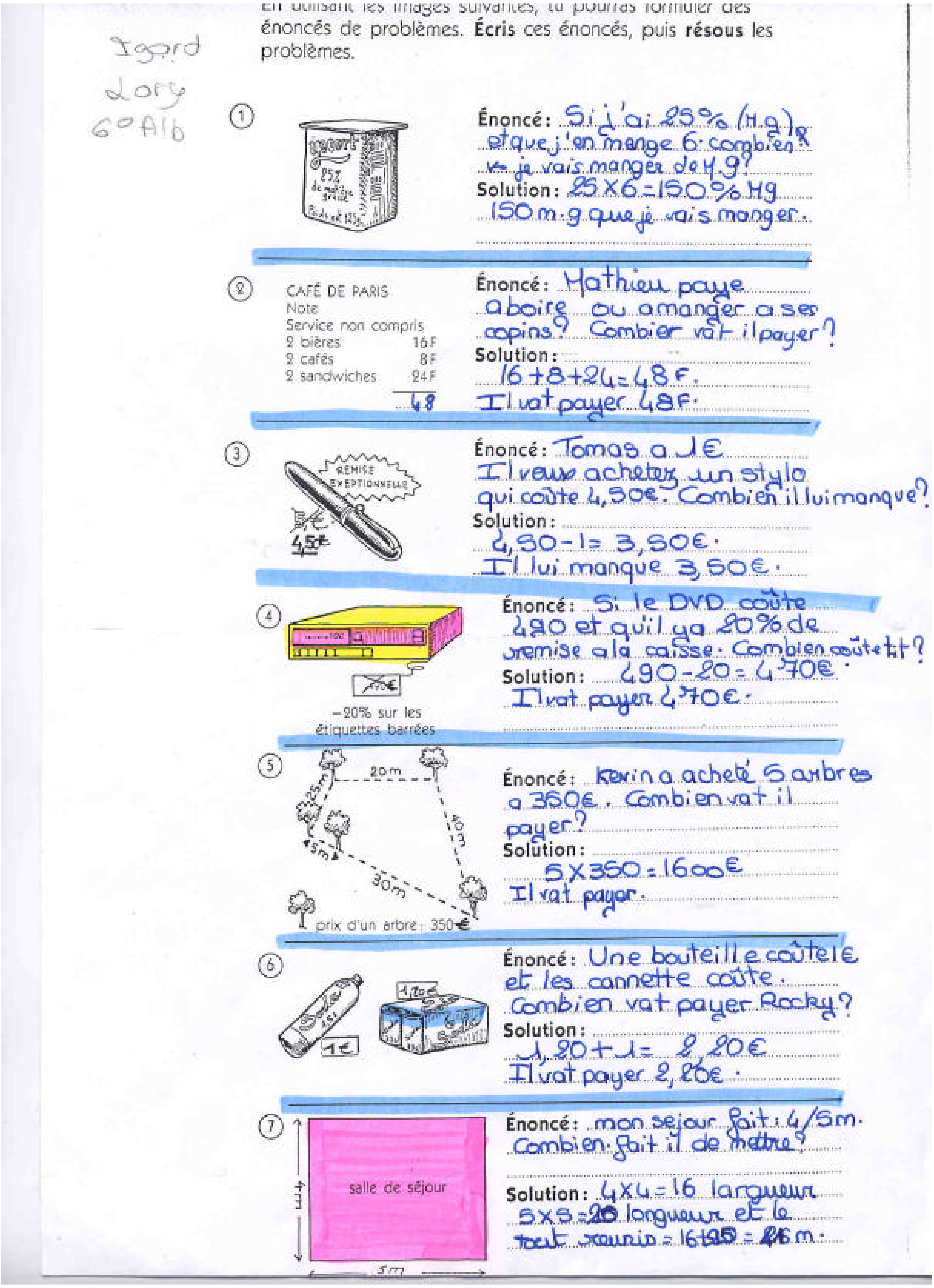
Apportez en vert d'éventuelles modifications sur l'énoncé ou sur la solution.

Expliquez en quelques lignes ces modifications.

Modifications :

(vous pouvez tourner la page)

Annexe III : Fiche de travail n°3 :



En utilisant les images suivantes, tu pourras formuler des énoncés de problèmes. **Écris** ces énoncés, puis **résous** les problèmes.

Igard
Lory
6°A1b

①

Énoncé : Si j'ai 25% (M.g) et que j'en mange 6 : combien je vais manger de M.g ?

Solution : 25X6=150% Mg
150 m.g que je vais manger.

②

Énoncé : Mathieu paye a boire ou a manger a ses copins ? Combien vat il payer ?

Solution :
16+8+24=48F.
Il vat payer 48F.

③

Énoncé : Tomas a 1€ Il veux acheter un stylo qui coûte 4,50€. Combien il lui manque ?

Solution :
4,50-1= 3,50€.
Il lui manque 3,50€.

④

Énoncé : Si le DVD coûte 490 et quil ya 20% de remise a la caisse. Combien coûte t-il ?

Solution : 490-20=470€.
Il vat payer 470€.

⑤

Énoncé : Kevin a acheté 5 arbres a 350€. Combien vat il payer ?

Solution :
5X350=1600€
Il vat payer.

⑥

Énoncé : Une bouteille coûte 1€ et les cannette coûte . Combien vat payer Rocky ?

Solution :
1,20+1= 2,20€
Il vat payer 2,20€.

⑦

Énoncé : mon séjour fait : 4/5m. Combien fait il de mettre ?

Solution : 4X4=16 largueur
5X5=25 longueur et le
tout reunis=16+25=41m.

<u>Annexe IV :</u> <u>BIBLIOGRAPHIE :</u>

JULO : « Représentation des problèmes »

Alain DESCAVES : « Comprendre et résoudre des problèmes »

Eliane HÖNIGER et Françoise TERREE : « Je comprends les mathématiques $6^e/5^e$ »

C.R.D.P du Nord - Pas de Calais « Mathématiques en classe de sixième »